



Übungen zu Reelle algebraische Geometrie II (SS 2016)

Blatt 12

Abgabe: Freitag, 8. Juli 2016 um 10.00 Uhr

Aufgabe 45

Sei $V = \text{span}(1, x, x^2, x^3, x^4) \subseteq \mathbb{R}[x]$, sei $L \in V^\vee$ definiert durch $L(x^i) = 0$ für $0 \leq i \leq 3$ und $L(x^4) = 1$. Zeige:

- (a) Für jedes psd Polynom $f \in \mathbb{R}[x]$ mit $\deg(f) \leq 4$ ist $L(f) \geq 0$.
- (b) Es gibt kein Borelmaß μ auf \mathbb{R} mit $L(f) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \mu(dx)$ für alle $f \in V$.

Das Analogon des Satzes von Haviland für das trunkeerte (abgeschnittene) Momentenproblem ist also falsch.

Aufgabe 46

Sei $M = QM(h_1, \dots, h_r)$ ein quadratischer Modul in $\mathbb{R}[x_1, \dots, x_n]$. Die semialgebraische Menge $K = \{\xi \in \mathbb{R}^n : h_i(\xi) \geq 0 \ (i = 1, \dots, r)\}$ enthalte einen nichtleeren offenen Kegel im \mathbb{R}^n . Dann ist M stabil mit Stabilitätsschranke $\varphi(d) = d$.

Aufgabe 47

Sei $M \subseteq \mathbb{R}[x]$ der von $h = 1 - x^2$ erzeugte quadratische Modul. Zeige, daß M stabil ist mit Stabilitätsschranke $\varphi(d) = d + 1$.

Aufgabe 48

Die von $x^3 - x^4$ in $\mathbb{R}[x]$ erzeugte Präordnung ist nicht stabil.