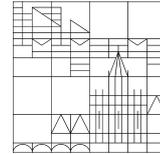


Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer, Ch. Schulze
6. Mai 2016



Übungen zu Reelle algebraische Geometrie II (SS 2016)

Blatt 4

Abgabe: Freitag, 13. Mai 2016 um 10.00 Uhr

Aufgabe 13

Sei K ein Zahlkörper und R ein Teilring des Ganzheitsrings \mathcal{O}_K , und sei $A = R[\frac{1}{2}]$. Jeder quadratische Modul von K oder von A ist archimedisch.

Aufgabe 14

Sei S der von $1 - x^2$ und allen vierten Potenzen in $\mathbb{R}[x]$ erzeugte Semiring. Man zeige, daß S nicht archimedisch ist.

Aufgabe 15

Sei R ein nicht archimedischer reell abgeschlossener Körper, und sei $\epsilon \in R$ mit $0 < n\epsilon < 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Sei $T = PO(x^3(1-x))$ in $R[x]$. Für das Polynom $f := x + \epsilon$ gilt $f > 0$ auf $S(T) = [0, 1]$, aber $f \notin T$. (*Hinweis:* Benutze die konvexe Hülle von \mathbb{Q} in R .)

Aufgabe 16

Für $0 \neq f \in \mathbb{R}[\mathbf{x}] = \mathbb{R}[x_1, \dots, x_n]$ sei \tilde{f} die Leitform von f . Seien $f_1, \dots, f_r \in \mathbb{R}[\mathbf{x}]$ mit $S(\tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_r) = \{0\}$. Dann ist die Menge $S(f_1, \dots, f_r)$ kompakt.