Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer, Ch. Schulze
6. Mai 2016

Übungen zu Reelle algebraische Geometrie II (SS 2016)

Blatt 4

Abgabe: Freitag, 13. Mai 2016 um 10.00 Uhr

Aufgabe 13
Sei K ein Zahlkörper und R ein Teilring des Ganzheitsrings $\mathcal{O}_K$, und sei $A = R[\frac{1}{2}]$. Jeder quadratische Modul von K oder von A ist archimedisch.

Aufgabe 14
Sei S der von $1 - x^2$ und allen vierten Potenzen in $\mathbb{R}[x]$ erzeugte Semiring. Man zeige, daß S nicht archimedisch ist.

Aufgabe 15
Sei R ein nicht archimedischer reell abgeschlossener Körper, und sei $\epsilon \in R$ mit $0 < n\epsilon < 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Sei $T = PO(x^3(1-x))$ in $R[x]$. Für das Polynom $f := x + \epsilon$ gilt $f > 0$ auf $S(T) = [0,1]$, aber $f \notin T$. (*Hinweis:* Benutze die konvexe Hülle von $\mathbb{Q}$ in R.)

Aufgabe 16
Für $0 \neq f \in \mathbb{R}[\mathtt{x}] = \mathbb{R}[x_1, \ldots, x_n]$ sei $\tilde{f}$ die Leitform von f. Seien $f_1, \ldots, f_r \in \mathbb{R}[\mathtt{x}]$ mit $S(\tilde{f}_1, \ldots, \tilde{f}_r) = \{0\}$. Dann ist die Menge $S(f_1, \ldots, f_r)$ kompakt.