Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer, A. Taveira Blomenhofer
WS 2018/19

Übungen zur Algebra

Blatt 10

Abgabe: Montag, 14. Januar 2019, 10.00 Uhr, in die Briefkästen auf F4

Aufgabe 37

Zeige, daß die symmetrische Gruppe S_n erzeugt wird

(a) von den $n-1$ Transpositionen $(1\,2)$, $(2\,3)$, $\dots$, $(n-1\;n)$,

(b) von den beiden Permutationen $\sigma = (1\,2\,\cdots\,n)$ und $\tau = (1\,2)$.

Hinweis: (a) Induktion nach n. Benutze (a) für den Beweis von (b).

Aufgabe 38

Sei $V_4 \subseteq S_4$ die Kleinsche Vierergruppe. Bestimme die Struktur der Faktorgruppe S_4/V_4 und untersuche, ob V_4 in S_4 ein Komplement hat.

Aufgabe 39

Die alternierende Gruppe A_n wird von den 3-Zykeln $(1\,2\,i)$ mit $3 \le i \le n$ erzeugt. (*Hinweis:* Zeige zunächst, daß jedes Produkt von zwei Transpositionen ein Produkt von 3-Zykeln ist, und mache dann Induktion nach n.)

Aufgabe 40

Sei G eine Gruppe und M eine transitive G-Menge, sei $x \in M$ und $H = G_x$ die Standgruppe von x. Sei $N \trianglelefteq G$, betrachte die Operation von N auf M (Einschränkung der Operation von G). Zeige: Diese Operation hat genau $[G : NH]$ verschiedene Bahnen, von denen jede die Mächtigkeit $[N : N \cap H] = [NH : H]$ hat.