



## Übungen zur Vorlesung Zahlentheorie

### Blatt 2

**Abgabe:** Mittwoch, 2. Mai 2018, 11 Uhr in die Briefkästen auf F4

#### Aufgabe 5

Sei  $A \subseteq B$  eine ganze Erweiterung von nullteilerfreien Ringen. Genau dann ist  $A$  ein Körper, wenn  $B$  ein Körper ist.

#### Aufgabe 6

Seien  $m, n \in \mathbb{Z}$  derart, daß  $m, n$  und  $mn$  keine Quadratzahlen sind. Genau dann ist die komplexe Zahl  $\frac{1}{2}(\sqrt{m} + \sqrt{n})$  ganz über  $\mathbb{Z}$ , wenn  $m \equiv n \pmod{4}$  ist.

#### Aufgabe 7

Sei  $K$  ein Körper und  $d \in K^* \setminus K^{*3}$ , sowie  $L = K(\alpha)$  mit  $\alpha^3 = d$ . Berechne Norm und Spur von

$$\beta = x + y\alpha + z\alpha^2$$

(mit  $x, y, z \in K$ ) über  $K$ .

#### Aufgabe 8

Sei  $L/K$  eine Erweiterung endlicher Körper, sei  $|K| = q$  und  $[L : K] = n$ .

- Zeige, daß es  $r \in \mathbb{N}$  gibt mit  $N_{L/K}(\alpha) = \alpha^r$  für alle  $\alpha \in L$ , und bestimme ein solches  $r$ .
- Jedes Element aus  $K$  ist die Norm eines Elements aus  $L$ .