Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer
11. Juni 2018

Übungen zur Vorlesung Tropische Geometrie (SS 2018)

Blatt 4

Abgabe: Montag 21. Juni 2018 in der Vorlesung

Aufgabe 13

Die Bewertung val von K sei nichttrivial und habe einen Schnitt. Sei $b \in (k^*)^n$ und $w \in \Gamma^n$. Zeige: Die Menge

$$\{\xi \in (K^*)^n \colon \mathrm{val}(\xi) = w,\ \rho(\xi) = b\}$$

ist Zariski-dicht in K^n.

Aufgabe 14

Sei $a = (a_1, \ldots, a_n) \in (K^*)^n$, sei $I \subseteq K[x^{\pm}]$ das maximale Ideal zum Punkt a. Gib eine tropische Basis von I an.

Aufgabe 15

Sei I das von

$$G \;=\; \big\{x + y + z,\ xy(x + y),\ xz(x + z),\ yz(y + z)\big\}$$

erzeugte Ideal in $K = \mathbb{C}[x, y, z]$. Zeige:

(a) G ist eine universelle Gröbnerbasis von I,
(b) G ist keine tropische Basis von I.

Hinweis zu (b): Das Ideal I enthält ein Monom (welches?).

Aufgabe 16

Seien $f_1,\ f_2 \in K[x_1, x_2, x_3, x_4]$ zwei hinreichend allgemeine quadratische Formen, sei $I = \langle f_1, f_2\rangle$. Welche Schranke D kann man für die Konstruktion des Polynoms $g = g_1 \cdots g_D \in K[x]$ mit $\Sigma(I) = \Sigma(\mathrm{trop}\, g)$ nehmen (siehe Vorlesung II.2.10)?