

Übungen zu Reelle algebraische Geometrie I

Blatt 10

Abgabe: Mittwoch 15. Januar 2020 um 13:30 Uhr

Aufgabe 37

Sei K ein Körper. Genau dann gibt es einen von K verschiedenen Bewertungsring von K mit reellem Restklassenkörper, wenn K eine nicht-archimedische Anordnung hat.

Aufgabe 38

Sei C ein Bewertungsring von K , und sei B ein Oberring von C in K .

- (a) Es ist $\mathfrak{m}_B \subseteq \mathfrak{m}_C$, und $\overline{C} := C/\mathfrak{m}_B$ ist ein Bewertungsring von $B/\mathfrak{m}_B = k_B$.
- (b) Es gibt eine natürliche exakte Sequenz $0 \rightarrow \Gamma_{\overline{C}} \xrightarrow{i} \Gamma_C \rightarrow \Gamma_B \rightarrow 0$ der Wertgruppen. Dabei ist $i(\Gamma_{\overline{C}})$ eine konvexe Untergruppe von Γ_C , und die Abbildungen sind ordnungstreu.

Aufgabe 39

Sei A ein Ring und $\alpha \in \text{Sper}(A)$.

- (a) Beliebige Summen und Durchschnitte von α -konvexen Idealen von A sind wieder α -konvex.
- (b) Seien I und J α -konvexe Ideale von A . Ist dann auch IJ α -konvex?
- (c) Sei I ein α -konvexes Ideal von A . Ist dann auch \sqrt{I} α -konvex?
- (d) Ist $I \neq A$ ein α -konvexes Ideal von A , so ist \sqrt{I} ein Primideal.

Aufgabe 40

Sei A ein Ring, seien $\alpha, \beta \in \text{Sper}(A)$. Genau dann haben α und β keine gemeinsame Spezialisierung in $\text{Sper}(A)$, wenn es ein $f \in A$ mit $f(\alpha) > 1$ und $f(\beta) < 0$ gibt.