

ÜBUNGEN ZUR FUNKTIONENTHEORIE

Blatt 6

Aufgabe 21:

- a) Gibt es eine analytische Funktion f mit isolierter Singularität in 0, so dass

$$|f(z)| \sim e^{\frac{1}{|z|}}$$

für z nahe 0 gilt?

- b) Sei $f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ analytisch und gelte

$$|f(z)| \leq \sqrt{|z|} + \frac{1}{\sqrt{|z|}}.$$

Bestimme alle Funktionen f mit diesen Eigenschaften.

Aufgabe 22:

Zeige, dass das Bild der Ebene unter einer nichtkonstanten ganzen Abbildung dicht in der Ebene liegt. (Hinweis: Betrachte zunächst den Fall, dass f ein Polynom ist.)

Aufgabe 23:

Formuliere und beweise ein zu Theorem 8.8 (Definition eines Zweiges des Logarithmus in einem einfach zusammenhängenden Gebiet.) analoges Theorem für \sqrt{z} .

Aufgabe 24:

Definiere eine in $\mathbb{C} \setminus \{x \in \mathbb{R} : x \leq 0\}$ analytische Funktion f , so dass $f(x) = x^x$ für $x > 0$ gilt. Bestimme $f(i)$ und $f(-i)$. Zeige, dass $f(\bar{z}) = \overline{f(z)}$ gilt.

Abgabe: Bis Di., 31.05.2005, 14.00 Uhr, in das Tutorenfach oder in der Vorlesung.