Universität Konstanz *WS 24/25*
Fachbereich Mathematik und Statistik
J. Schropp

Übungen zu
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimath.html

10. Übungsblatt

Aufgabe 1

Vorgelegt sei die Funktion

$$g(x,y) \quad = \quad 3xy - 2x^2 - y^2 + 2x - 2y, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

a) Welche Punkte $(4,y)$ liegen auf der Höhenlinie $g(x,y) = 0$.
b) Bestimmen Sie für diese Punkte die Darstellung des Tangentialraums.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) \quad = \quad 2(x-y)^2 + y^2 \exp(y), \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

a) Bestimmen Sie alle Punkte $(\bar{x}, \bar{y})$ mit horizontaler Tangentialebene.
b) Ein Punkt $(\bar{x}, \bar{y})$ mit einer horizontalen Tangentialebene ist ein lokales Minimum von f, falls

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(\bar{x}, \bar{y}) \quad &> \quad 0, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(\bar{x}, \bar{y}) \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(\bar{x}, \bar{y}) - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(\bar{x}, \bar{y}) \right)^2 \quad &> \quad 0. \end{aligned}$$

Welche der Punkte $(\bar{x}, \bar{y})$ aus a) sind lokale Minima?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Gradient und den maximalen Definitionsbereich in der (x,y)-Ebene von

$$g(x,y) \quad = \quad \frac{\ln(x^2 + y + 1)}{x + 7}.$$

Aufgabe 4

Es sei $f(x,y) = 3x - \exp(y)$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
a) Bestimmen Sie eine Funktion $\varphi :]0, \infty[\to \mathbb{R}$ mit $f(x, \varphi(x)) = 0$.

b) Berechnen Sie $\varphi'(x)$ i) explizit und ii) durch implizites Differenzieren der Gleichung $f(x, \varphi(x)) = 0$.

Aufgabe 5

Vorgelegt sei die Funktion

$$g(x, y) \quad = \quad x^3 - xy^2 - 8\,\sin(y) + \pi^2/2.$$

a) Zeigen Sie, dass die Gleichung $g(x, y) = 0$ lokal bei $(x, y) = (2, \pi/2)$ nach y auflösbar ist, d.h. lokal eine Funktion φ existiert mit $g(x, \varphi(x)) = 0$.
Hinweis: Satz über implizite Funktionen
b) Berechnen Sie $\varphi'(2)$.