Universität Konstanz *WS 24/25*
Fachbereich Mathematik und Statistik
J. Schropp

Übungen zu
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

https://www.math.uni-konstanz.de/∼schropp/wiwimath.html

3. Übungsblatt

Aufgabe 1

a) Gegeben seien zwei streng monotone Funktionen

$$f : D_f \to W_f \text{ und } g : D_g \to W_g$$

mit $W_g \subset D_f$, D_f, D_g, W_f, W_g Intervalle. Wie verhält sich $(f \circ g)$, wenn gilt:

(i) f streng monoton wachsend und g streng monoton wachsend,

(ii) f streng monoton wachsend und g streng monoton fallend,

(iii) f streng monoton fallend und g streng monoton wachsend,

(iv) f streng monoton fallend und g streng monoton fallend?

Verwenden Sie die Monotoniedefinition mit Ungleichungen!

b) Begründen Sie mit Hilfe von a), dass die logistische Kurve

$$L(t) = \frac{a}{1 + \exp(b - ct)}\ ,\ a,\ b,\ c > 0,\ t \geq 0$$

streng monoton wächst.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie zu den gegeben Funktionen $f : D \to \mathbb{R}$ die Umkehrfunktion.

- $f(x) = \sqrt{2 - x^2}, \quad D = [0, 1].$
- $f(x) = \exp(x - 7), \quad D = \mathbb{R}.$
- $f(x) = \ln\,(x^2 + 4), \quad D =]1, \infty[.$

Wie lautet der Definitionsbereich von f^{-1} und warum existiert f^{-1}?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Barwert einer Zahlung von jeweils 10000 Euro am Ende eines jeden Jahres für die nächsten 3 Jahre, wenn mit einer Zinsrate von 5% zu rechnen ist.

Aufgabe 4

Vorgelegt seien die Folgen

$$a_n = \frac{3n^2+7}{n+1}, \qquad b_n = (-1)^n \frac{n}{n+1}, \qquad c_n = \frac{n}{2^n}, \qquad n = 1,2,3,\ldots.$$

a) Geben Sie jeweils die ersten vier Folgenglieder an.
b) Untersuchen Sie die Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Beschränktheit und Konvergenz.

Aufgabe 5

a) Gegeben sei die Folge $a_n = 0.7^n$, $n = 1,2,3,\ldots$. Berechnen Sie $s_n = \sum_{i=3}^{n-1} a_i$ für $n = 10$, 50, 100 sowie $\lim_{n\to\infty} s_n$.
b) Geben Sie eine Reihe $s_n = \sum_{i=0}^{n-1} b_i$ an, welche gegen eine vorgebene Zahl $b > 1$ konvergiert.
Hinweis: Geometrische Reihe.