*Universität Konstanz* *WS 19/20*
*Fachbereich Mathematik und Statistik*
*J. Schropp*

# Übungen zu
# Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

http://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimath.html

## 4. Übungsblatt

### Aufgabe 1

Gegeben sei die Kostenfunktion $K$ mit

$$K(x) \quad = \quad \begin{cases} x + K_f \text{ für } 0 \leq x < 50, \\ (0.1x + 2)^2 + 8 \text{ für } 50 \leq x \leq 100. \end{cases}$$

a) Wie groß müssen die fixen Kosten $K_f$ sein, damit die Kostenfunktion $K$ in $[0, 100]$ stetig ist?
b) In welchen Punkten $x \in ]0, 100[$ ist $K$ mit $K_f$ aus a) differenzierbar?

### Aufgabe 2

Ermitteln Sie die Grenzwerte der folgenden Funktionen für $x \to \infty$:

$$f(x) = \frac{3x^3}{3x - x^3}, \quad f(x) = \frac{(5x+3)^2}{2-x}, \qquad f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+3}, \qquad f(x) = \frac{\sqrt{x} - 9x}{3x+4}.$$

### Aufgabe 3

Berechnen Sie die Grenzwerte der unten stehenden Folgen und Reihen für $n \to \infty$:

$$a_n = \frac{3n^4 + 5n^3 + 4}{n^5 + 2}, \qquad a_n = (1 + \frac{1}{5n})^n, \qquad s_n = \sum_{i=1}^{n} 30\rho^{2i-1}, \ |\rho| < 1, \qquad s_n = \sum_{i=1000}^{1000+n} \frac{1}{i}.$$

### Aufgabe 4

Berechnen Sie $x'$ für

(a) $x(t) = \sqrt{t} + \exp\left(\sqrt{t}\right), \quad t > 0,$

(b) $x(t) = \ln\left(\frac{3t^3 + 2t + 1}{2t}\right), \quad t > 0,$

(c) $x(t) = \frac{2t^2 - 1}{t + 1}, \quad t \neq -1,$

(d) $x(t) = \sqrt{\exp(t^2) + 2},$

(e) $x(t) = (\sin(2t) - 3)^6.$

**Aufgabe 5**

a) Mit Hilfe von

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\exp(\Delta x) - 1}{\Delta x} \quad = \quad 1$$

zeige man $f(x) = \exp(x)$, $x \in \mathbb{R}$ ist differenzierbar für $x \in \mathbb{R}$ und $f'(x) = \exp(x)$.
b) Es sei $f(x) = a + \exp(-cx)$. Rechnen Sie nach, dass für jedes $x \in \mathbb{R}$ die Beziehung $f'(x) - c(a - f(x)) = 0$ gilt.