*Universität Konstanz* *WS 19/20*
*Fachbereich Mathematik und Statistik*
*J. Schropp*

# Übungen zu
# Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

http://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimath.html

**5. Übungsblatt**

## Aufgabe 1

a) Weisen Sie nach, dass die Funktionen $f_1(x) = \sin(x)$, $x \in ]-\pi/2, \pi/2[$, $f_2(x) = \cos(x)$, $x \in ]0, \pi[$ eine Umkehrfunktion besitzen. Diese Umkehrfunktionen werden *arcsin* und *arccos* genannt. Berechnen Sie die Ableitungen der Umkehrfunktionen mit Hilfe der Umkehrregel.
b) Wiederholen Sie diese Analyse für

$$g(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}, \quad x \in ]-\pi/2, \pi/2[.$$

## Aufgabe 2

a) Gegeben sei die logistische Kurve

$$L(t) = \frac{K}{1 + \exp(b - Rt)}, \qquad K > 0,\ R > 0,\ b > 0,\ t \geq 0. \tag{1}$$

Fertigen Sie ein qualitatives Bild der Funktion $L'(t)$. Dazu erarbeiten Sie folgende Fragen:

(i) Wieviele mögliche relative Extrema besitzt $L'(t)$?

(ii) Wie verhält sich $L'(t)$ für $t \to \infty$?

b) Berechnen Sie für $L$ aus (1) alle Extrema der Funktion

$$f(t) := L(t^2), \qquad t \in \mathbb{R}.$$

## Aufgabe 3

Es sei $K(y) = y^3 - 9y^2 + 60y + 10$, $y \geq 0$ die Kostenfunktion einer Firma. Bestimmen Sie diejenigen Teilintervalle von $[0, \infty[$ auf denen die Funktion $K$ konkav oder konvex ist.

## Aufgabe 4

a) Berechnen Sie die ersten drei Glieder $\sum_{i=0}^{j} a_i x^i$, $j = 0, 1, 2$ der Potenzreihen für die Funktionen

$$f(x) = \frac{1}{1+x}, \qquad f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}, \qquad |x| < 1.$$

b) Mit Hilfe der Beziehung

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{i=1}^{\infty} x^{i-1}, \quad |x| < 1$$

versuche man die gesamte Potenzreihe anzugeben.

## Aufgabe 5

Es sei

$$f(x) = \begin{cases} \exp(-(x-1)^2) + \sqrt{x^2+3}, & \text{für } x \leq 1, \\ ax + b, & \text{für } x > 1. \end{cases}$$

Bestimmen Sie $a$, $b \in \mathbb{R}$ derart, dass die Funktion $f$ für $x \in \mathbb{R}$ differenzierbar ist.