

ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimath.html>

8. Übungsblatt

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}, \quad \alpha < 1, & \text{b) } \int_1^\infty x \exp(-x^2) dx, \\ \text{c) } \int_{-\infty}^0 x \exp(x^2) dx, & \text{d) } \int_0^9 \frac{x}{\sqrt{9-x}} dx. \end{array}$$

Aufgabe 2

Vorgelegt sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \exp(x+1), & x \leq -1, \\ |x|, & -1 < x \leq 0, \\ x^{-1/2}, & 0 < x \leq 1, \\ x^{-3/2}, & x > 1. \end{cases}$$

Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$.

Aufgabe 3

a) Für $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$ sei

$$J_n = \int_1^e \ln(x)^n dx.$$

Zeigen Sie: $J_1 = 1$ und $J_n = e - nJ_{n-1}$.

b) Berechnen Sie J_5 .

Aufgabe 4

Integrieren Sie durch Partialbruchzerlegung

$$\int \frac{1+x}{x^2+6x-7} dx, \quad \int \frac{2x}{5x^2-20} dx.$$

Aufgabe 5

Die Funktionen $f(x) = -(1/16)x^4 + (5/16)x^3 + x$ und $g(x) = x$ schließen für $x \geq 0$ eine Fläche ein, solange $f(x) \geq g(x)$. Berechnen Sie diese Fläche.