

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I (Ser. A)

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 60 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. Jede Antwort ist zu begründen.
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- Versehen Sie jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer. Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

SITZPLATZNUMMER:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

(Unterschrift)

1	2	3

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I (Ser. A)

Aufgabe 1

14 Punkte

a) Vorgelegt sei die Funktion

$$f(x) = \exp(1 - x^2) - \exp(-1), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie den Wertebereich von f , die Nullstellen von f und das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$.

b) Vorgelegt sei die Funktion

$$g(x, y) = (x - 1) \exp\left(-\frac{1}{2}(x - 1)^2 + \frac{1}{2}y^2\right), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Bestimmen Sie alle Nullstellen von g und alle Punkte (\bar{x}, \bar{y}) mit horizontaler Tangentialebene.

Aufgabe 2

14 Punkte

a) Bestimmen Sie, falls möglich, den Grenzwert $n \rightarrow \infty$ der Folge

$$a_n = 2 + \sum_{i=2}^n (\exp(\rho))^{i-1}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad \rho \in \mathbb{R} \text{ fest.}$$

Für welchen Wert von ρ hat die Folge den Grenzwert 3?

b) Es sei $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie mit der Regel von l'Hospital den uneigentlichen Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{4x^2}.$$

c) Vorgelegt sei die Funktion

$$F(x) = \int_0^x \frac{s^2}{\sqrt{8 - s^3}} ds.$$

Für welche Werte $x \geq 0$ kann die Funktion F sinnvoll definiert werden?

d) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren

$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

14 Punkte

a) Es gelte i) $dy = x^2 dx$ oder ii) $dy = y^2 dx$. Berechnen Sie in beiden Fällen die Abhängigkeit der Größen y und x explizit.

b) Begründen oder widerlegen sie die folgenden Aussagen:

i) Ist $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(a) \cdot f(b) < 0$, so besitzt f eine Nullstelle in $[a, b]$.

ii) Ist $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar und konvex, so gilt $f'(x) \geq 0$ in $[a, b]$.

c) Definieren Sie für $f = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ den Begriff *totales Differential* df . Welche Interpretation hat df ? Wie hängt $df(x^0)$ mit dem Taylorpolynom 1-ter Ordnung zu f bei x^0 zusammen?