FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

WS 24/25
8.2.2025

Klausur zu
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I (Ser. A)

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 90 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. **Jede Antwort ist zu begründen.**
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- **Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.** Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

______________________________ (Unterschrift)

1	**2**	**3**

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

WS 24/25
8.2.2025

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I (Ser. A)

Aufgabe 1 14 Punkte

a) Vorgelegt sei die Funktion

$$f(x) \;=\; \frac{1}{1 + 2\,\exp(-x)},\; x \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie den Wertebereich von f und weisen Sie nach, dass f streng monoton ist. Untersuchen Sie das Verhalten von $f(x)$ für $x \to \pm\infty$. Berechnen Sie die Umkehrfunktion f^{-1}. An welcher Stelle nimmt f^{-1} den Wert 0 an?

b) Es sei $g : [a, b] \to \mathbb{R}$ stetig und G sei eine Stammfunktion zu g. Berechnen Sie mit Hilfe von G die Lösung von $\int_a^b 2g(x) + 1\,dx$.

c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 + 6x \leq 27$.

Aufgabe 2 14 Punkte

a) Zeigen Sie, dass die Höhenlinien von

$$f(x, y) \;=\; x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

zur Höhe $h > 0$ Kreise sind. Skizzieren Sie die Menge $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\; f(x, y) \leq 4\}$.

b) Vorgelegt sei die Folge

$$b_n \;=\; 2 + \sum_{i=2}^{n} \left(\frac{2}{3}\right)^{i-1}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Geben Sie eine explizite Darstellung der Folgenglieder b_n ohne Summenzeichen an. Berechnen Sie, falls möglich, $\lim_{n\to\infty} b_n$.

c) Zu einer Kurve $g : [a, b] \to \mathbb{R}^3$ ist die Kurvenlänge L gegeben durch

$$L \;=\; \int_a^b \|g'(s)\|_2\, ds.$$

Berechnen Sie die Länge der Kurve $f(s) \;=\; (\;\cos(2\pi s),\; \sin(2\pi s), s\;),\; 0 \leq s \leq 1$.

Aufgabe 3 14 Punkte

a) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr sind oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- Sei f differenzierbar mit $f(x^0) = 1$, und es sei $p_1(x, x^0)$ das Taylorpolynom 1-ter Ordnung in x^0. Dann gilt: $p_1(x^0 + dx, x^0) - df(x^0) = 1$.
- Es sei $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = 1$, $f(1) = -1$. Dann hat f eine Nullstelle in $[0, 1]$.

b) Es gelte $8\sqrt{xy} - 4x = 3$ für $x > 0$, $y > 0$. Welche Abhängigkeit besteht zwischen den Differentialen dx und dy?

c) Es sei $x^0 = (1, 2)$, und es sei

$$f(x_1, x_2) \;=\; 1 + 3x_2^2 - 6x_1 + 3\exp(x_2 - 2x_1), \quad (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2.$$

Berechnen Sie die Tangentialfläche $T_{x^0}(f)$. Untersuchen Sie, ob der Punkt $P = (0, 1, 7)$ auf der Tangentialfläche liegt oder nicht?