

ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimathss.html>

1. Übungsblatt

Aufgabe 1

Seien

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

gegebene Matrizen. Welche Produktbildungen zweier Matrizen sind möglich? Begründen Sie Ihre Antwort und bilden Sie drei dieser möglichen Produkte.

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Inversen von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie ferner $(AB)^{-1}$ und $B^{-1}A^{-1}$. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 3

Es seien

$$a^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a^2 = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad a^3 = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \\ -5 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

Untersuchen Sie, ob die Vektoren a^1, a^2, a^3, b und a^1, a^2, a^3, c linear unabhängig sind.

Aufgabe 4

Lösen Sie mit Hilfe des Gauß-Algorithmus die folgenden Gleichungssysteme

$$\begin{array}{rcl} x - 2y + 3z = 4 & & 2x - y + 3z = 1 \\ 3x + y - 5z = 5 & & x + 3y + 5z = 7 \\ 2x - 3y + 3z = 8 & & 4x - 2y + z = 3 \end{array}$$

Aufgabe 5

Vorgelegt sei die Matrix

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & \gamma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & \vdots & & & \\ 0 & \cdots & 1 & \gamma_{k-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \gamma_k & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \gamma_{k+1} & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & \gamma_N & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N,N}, \quad \gamma_k \neq 0.$$

Eine Matrix dieser Form nennt man Eliminationsmatrix. Zeigen Sie: $\text{rg}(L) = N$ und L^{-1} hat wieder die Form einer Eliminationsmatrix.