Universität Konstanz *SS 2024*
Fachbereich Mathematik und Statistik
J. Schropp

Übungen zu
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimathss.html

2. Übungsblatt

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe des Gauß-Jordan Verfahrens.

Aufgabe 2

Für $A \in \mathbb{R}^{M,N}$ sei $\mathrm{Ker}(A) = \{x \in \mathbb{R}^N;\ Ax = 0\}$ der Kern der Matrix A. Berechnen Sie $\mathrm{Ker}(A)$ für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

Es sei $\varphi \in [0, 2\pi[$, und es sei

$$O(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}.$$

$O(\varphi)$ beschreibt eine Drehung um den Winkel φ im $\mathbb{R}^2$.
a) Zeigen Sie: $O(\varphi)$ ist orthogonal, und es gilt die Beziehung $O(\varphi) * O(\psi) = O(\varphi + \psi)$.
b) Berechnen Sie $O(\varphi)^{99}$.

Aufgabe 4

Berechnen Sie die Determinanten folgender Matrizen mit dem Entwicklungssatz von La Place

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 & 0 \\ 5 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -5 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5

Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & \\ & -1 & 2 & -1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N,N}.$$

Berechnen Sie die Determinante von A mit Hilfe elementarer Zeilenumformungen.