

ÜBUNGEN ZU Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

<https://www.math.uni-konstanz.de/~schropp/wiwimathss.html>

7. Übungsblatt

Aufgabe 1

Vorgelegt sei das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_2^2 - x_3 + y_1 - y_2 - y_3^3 &= -1, \\-2x_1 + x_2 - x_3^2 + y_1 + y_2^3 - y_3 &= -3, \\x_1^2 + x_3 - y_1 - y_2 + y_3^3 &= 3.\end{aligned}\tag{1}$$

Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem (1) lokal an der Stelle $(x^0, y^0) = (1, 1, 0, -1, 0, 1)$ nach y auflösbar ist. Für die auflösende Funktion φ berechne man $\varphi'((1, 1, 0)) \in \mathbb{R}^{3,3}$ mit Hilfe der Gauß-Elimination.

Aufgabe 2

Es seien t_j Meßzeiten und s_j , $j = 1, \dots, m$ Meßdaten. Vermutet wird ein Zusammenhang der Form $g(t_j, p_1, \dots, p_N) \sim s_j$, $j = 1, \dots, m$ mit gewissen Parametern p_1, \dots, p_N und $N \ll m$. Man setzt deshalb $p = (p_1, \dots, p_N)$ und sucht ein lokales Minimum von

$$f(p) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m (g(t_l, p) - s_l)^2.$$

Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von f .

Aufgabe 3

Es sei

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3.$$

Ferner sei

$$g(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 120 - 2x_1 - 3x_2 \\ 20 - x_2 - 4x_3 \end{pmatrix}.\tag{2}$$

Berechnen Sie lokale Minima/Maxima von f unter der Nebenbedingung $g(x) = 0$ durch Auflösen der Gleichung (2) nach (x_2, x_3) und einsetzen in f .

Aufgabe 4

Bestimmen Sie mögliche lokale Extremwerte von

$$f(x_1, x_2, x_3) = \exp(x_1) + x_2 + x_3$$

unter den Nebenbedingungen

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$$

mit der Methode von Lagrange.