

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II (Gr. 1)

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 60 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie eine Formelsammlung (max. 120 Seiten, (i) vom Verlag gedruckt mit ISBN Nummer oder (ii) handschriftlich (nur Formeln, keine Beispiele)). Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten. Zur Bearbeitung der Klausur sind 60 Minuten vorgesehen.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. Jede Antwort ist zu begründen.
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer. Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

SITZPLATZNUMMER:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

_____ (Unterschrift)

1	2	3

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II (Gr. 1)

Aufgabe 1

14 Punkte

a) Vorgelegt sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q+1 \\ q \\ 0 \end{pmatrix}, \quad p, q \in \mathbb{R}.$$

Für welche Werte von p, q ist das Gleichungssystem i) lösbar, ii) eindeutig lösbar, iii) nicht lösbar?

b) Es sei $A \in \mathbb{R}^{N,N}$, $N \in \mathbb{N}$ mit $\det(A) \neq 0$. Geben Sie mindestens drei dazu gleichwertige Eigenschaften von A an.

c) Für welche $c \in \mathbb{R}$ sind die Eigenwerte von

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ c & 0 \end{pmatrix}$$

reell?

Aufgabe 2

14 Punkte

a) Weisen Sie nach, dass das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 - \exp(y_1) \cos(y_2) &= 0, \\ 1 - x_1 - \exp(y_1) \sin(y_2) &= 0 \end{aligned}$$

lokal an der Stelle $(x_1^0, y_1^0, y_2^0) = (1, 0, 0)$ nach $y = (y_1, y_2)$ auflösbar ist. Welchen Wert besitzt die auflösende Funktion φ an der Stelle 1?

b) Berechnen Sie die Lösung $\bar{x}(t)$ der Anfangswertaufgabe

$$x'(t) = -(x(t) + 2)^2, \quad x(0) = 2 \quad \text{für } t \geq 0.$$

Aufgabe 3

14 Punkte

a) Betrachtet werde das Optimierungsproblem

$$f(x_1, x_2) = \ln(1 + 6x_1) + 2x_2 + 3x_1 = \max.$$

unter der Zwangsbedingung $1 \geq 3x_1 + x_2$ für $x_1 > 0$. Bestimmen Sie mögliche relative Extrema mit dem Karush-Kuhn-Tucker Ansatz.

b) Definieren Sie den Begriff *konkaves Optimierungsproblem*. Zeigen Sie, dass die Aufgabe aus a) ein konkaves Optimierungsproblem ist.