

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 90 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. **Jede Antwort ist zu begründen.**
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- **Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.** Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

(Unterschrift)

1	2	3

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

Aufgabe 1

14 Punkte

a) Bringen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha^2 - 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

auf Zeilenstufenform. Für welche Werte α besitzt das Gleichungssystem i) keine, ii) genau eine, iii) mehrere Lösungen.

b) Gegeben sei die quadratische Form $Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + tx_1x_2 + \frac{1}{2}x_2^2$, $t \in \mathbb{R}$. Für welche t ist Q positiv definit?

c) Bestimmen Sie alle reellen Eigenwerte der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & c \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 2

14 Punkte

a) Berechnen Sie die Lösung $\bar{x}(t)$ der Anfangswertaufgabe

$$x'(t) + 2x(t) = \exp(-t), \quad x(0) = 5, \quad t \geq 0.$$

Geben sie ohne Kenntnis der Lösung $\bar{x}'(0)$ an. Wie verhält sich $\bar{x}(t)$ für $t \rightarrow \infty$?

b) Weisen Sie nach, dass das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 4x_1^2 - \exp(x_2 - 1) + y_1 - y_2^3 &= 1, \\ -2x_1 + x_2 + \exp(y_1 + 1) + y_2 &= 1 \end{aligned}$$

lokal an der Stelle $(x_1^0, x_2^0, y_1^0, y_2^0) = (1, 1, -1, 1)$ nach $y = (y_1, y_2)$ auflösbar ist.

c) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr sind oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- Die Polynomgleichung $p(x) = x^4 - 1 = 0$ hat in \mathbb{C} vier Lösungen.
- Sei $A \in \mathbb{R}^{N,N}$ mit $\det(A) = 1$. Dann gilt $\text{Ker}(A) = \{0\}$.

Aufgabe 3

14 Punkte

Vorgelegt sei die Aufgabe

$$f(x_1, x_2) = x_1 = \max.$$

unter den Nebenbedingungen $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$, $x_1 - x_2 \geq 0$.

a) Skizzieren Sie die Menge Z der zulässigen Punkte. Versuchen Sie ohne weitere Rechnung abzuschätzen, wo f sein Maximum auf Z annehmen wird?

b) Bestimmen Sie mögliche relative Extrema mit dem Karush-Kuhn-Tucker Ansatz.

c) Ist das vorgelegte Optimierungsproblem konkav?