FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

SS 2024
26.10.2024

Nachklausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 90 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. **Jede Antwort ist zu begründen.**
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- **Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.** Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

______________________________ (Unterschrift)

1	**2**	**3**

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

Nachklausur zu
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

Aufgabe 1 14 Punkte

a) Vorgelegt sei die Matrix

$$A \;=\; \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3},\; t \geq 0.$$

Bestimmen Sie den Kern und die Determinante von A, d.h. $Ker(A)$ und $det(A)$ in Abhängigkeit von t.
Beantworten Sie ohne Rechnung: Für welche $t \geq 0$ kann A den Eigenwert $\lambda = 1 + i$ haben?

b) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr sind oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- Es sei $A \in \mathbb{R}^{2,2}$. Dann gilt $det(2A) = 4\, det(A)$.
- Jede zeitunabhängige Lösung $x(t) = u$ von $x'(t) = f(x(t))$, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar erfüllt $f(u) = 0$.
- Sei $A \in \mathbb{R}^{N,N}$ und $\lambda = 0$ sei ein Eigenwert von A. Dann gibt es ein $v \in \mathbb{R}^N$, $v \neq 0$ mit $v \in Ker(A)$.
- Jedes lineare Gleichungssystem $Ax = b$, $A \in \mathbb{R}^{3,3}$, $x, b \in \mathbb{R}^3$ mit $rg(A) = 2$ hat unendlich viele Lösungen.

Aufgabe 2 14 Punkte

a) Betrachtet werde das Problem

$$f(x_1, x_2) \;=\; x_1^2 + 2x_2 \;=\; \max$$

unter der Nebenbedingung $5 \geq x_1^2 + x_2^2$ für $x_1, x_2 > 0$. Berechnen Sie alle möglichen relativen Extremwerte. Untersuchen Sie, ob ein konkaves Optimierungsproblem vorliegt.

b) Es sei $z = 3 - 4i \in \mathbb{C}$. Berechnen Sie $|z|$ und z^{-1}.

Aufgabe 3 14 Punkte

a) Zeigen Sie, dass

$$f(x_1, x_2) \;=\; 2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - \ln(2x_2), \qquad x_1 \in \mathbb{R},\; x_2 > 0$$

konvex ist. Bestimmen Sie alle Punkte $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ mit horizontaler Tangentialebene $T_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2)}(f)$.

b) Vorgelegt sei die Differentialgleichung

$$x''(t) + 6x'(t) + 5x(t) \;=\; 0, \quad t \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Berechnen Sie die Lösung von (1) zu den Anfangswerten $x(0) = 0$, $x'(0) = 2$.