FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

SS 2025
25.10.2025

Nachklausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 90 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. **Jede Antwort ist zu begründen.**
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- **Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.** Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

______________________________ (Unterschrift)

1	2	3

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

SS 2025
25.10.2025

Nachklausur zu
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

Aufgabe 1 14 Punkte

a) Vorgelegt sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & t^2 \\ 0 & 2 & 2t \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3},\ t \geq 0.$$

Bestimmen Sie den Kern, die Determinante und den Rang von A, d.h. $Ker(A)$, $det(A)$ und $rg(A)$ in Abhängigkeit von t.

b) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr sind oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- Jede zeitunabhängige Lösung $x(t) = u$ von $x'(t) = f(x(t))$, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar erfüllt $f(u) = 0$.
- Es sei $D \in \mathbb{R}^{N,N}$ eine orthogonale Matrix. Dann gilt $det(D^T D) = 1$.
- Jedes lineare Gleichungssystem $Ax = b$, $A \in \mathbb{R}^{3,3}$, $x, b \in \mathbb{R}^3$ mit $rg(A) = 2$ hat unendlich viele Lösungen oder keine Lösung.

Aufgabe 2 14 Punkte

a) Ein Unternehmen stellt aus zwei Rohstoffen r_1, r_2 ein Produkt her. Die Produktionsfunktion dieses Produktes ist $P(r_1, r_2) = 10\, r_1 r_2$, und die Preise der Rohstoffe betragen 3 Euro je Einheit r_1 sowie 7 Euro je Einheit r_2. Es sollen 120 Einheiten des Produktes zu minimalen Kosten produziert werden. Stellen Sie das zugehörige Optimierungsproblem auf.

b) Vorgelegt sei die Aufgabe

$$f(x_1, x_2) = \ln(x_2^2) - \frac{2}{x_1} = \text{max.}, \qquad x_1,\ x_2 > 0$$

unter der Zwangsbedingung $2 \geq x_1 + x_2$. Geben Sie die Menge Z der zulässigen Punkte an und skizzieren Sie Z. Bestimmen Sie mögliche relative Extrema mit dem Karush-Kuhn-Tucker Ansatz.

Aufgabe 3 14 Punkte

a) Zeigen Sie, dass

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - \ln(2x_2), \qquad x_1 \in \mathbb{R},\ x_2 > 0$$

konvex ist.

b) Berechnen Sie die Lösung $\bar{x}(t) = (\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t))$ der Anfangswertaufgabe

$$x'(t) = Ax(t) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} x(t), \quad x(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \geq 0.$$

<u>Hinweis</u>: A hat die Eigenwerte $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = -3$. Bei Nutzung dieser Tatsache ohne Beweis werden 2 Punkte abgezogen.