Université de Rennes 1
UFR Mathématiques
Année 2008-2009

Licence de biologie
Mathématiques pour les biologistes

Contrôle court n^{o}1

mardi 3 mars
de 9h00 à 10h00

Les documents et les calculatrices sont interdits. Dans chaque exercice un point est réservé pour la qualité de la rédaction. Composez sur vos propres feuilles blancs. Ne rendez pas les feuilles de brouillon mais seulement les pages **numérotées** avec les solutions. **Mettez sur chaque feuille rendue votre nom.**

Exercice 1 (12+1 points). Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{3x^3}{3x^2 - 1}.$$

(a) Donner le domaine de définition D de f.

(b) Réduire le domaine d'étude.

(c) Montrer que pour tout $x \in D$,

$$f'(x) = \frac{9x^2(x^2 - 1)}{(1 - 3x^2)^2}.$$

(d) Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

(e) Étudier le sens de variations de f et dresser le tableau de variations de f.

(f) Étudier les branches infinies de f en précisant les directions et droites asymptotiques éventuelles.

(g) Donner l'allure de la courbe de f dans un repère orthonormé.

Exercice 2 (6+1 points). Les atomes d'une substance radioactive se décomposent en émettant un rayonnement radioactif. On désigne par le terme *demi-vie* le temps au cours duquel la quantité de ces atomes radioactives diminue de moitié. La quantité $M(t)$ de substance radioactive au temps t est donnée par

$$M(t) = M_0 \cdot 2^{-t/d}$$

où M_0 est la quantité de substance au temps initial $t = 0$ et d est sa demi-vie.

(a) Montrer que $M(t) = M_0 e^{-\lambda t}$ pour une constante λ et déterminer λ en fonction de d.

(b) On note T l'intervalle de temps nécessaire pour que la quantité des atomes radioactives baisse jusqu'au tiers de sa valeur à l'instant 0. Déterminer T en fonction de d.