

Feuille d'exercices n°2.
Dérivées partielles.

Calcul de dérivées partielles.

1. Soit f la fonction de \mathbb{R}^3 vers \mathbb{R} définie par $f(x, y, z) = \frac{x^2 + z^2}{1 + y^2}$.

Exprimer les dérivées partielles de f en $(1, 1, 1)$.

2. Calculer les dérivées partielles premières et secondes de la fonction f définie par

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2).$$

Montrer que la quantité $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ (appelée laplacien de f) est nulle.

3. La température en un point (x, y) d'une fine plaque de métal est donnée par $T(x, y) = \frac{60}{1 + x^2 + y^2}$

où T est mesurée en $^{\circ}C$ et x et y en mètres.

Déterminer le taux de variation de la température par rapport à la distance au point $(2, 1)$ dans la direction a) de l'axe (Ox) et b) de l'axe (Oy) .

Calcul d'incertitudes.

4. La température, la pression et le volume d'un gaz parfait sont liés par une relation du type

$$P = k \frac{T}{V}$$

où k est une constante positive.

On réalise des mesures sur T et V et on suppose que l'on commet une incertitude relative sur la mesure de T majorée par 0,005 et une incertitude relative sur la mesure de V majorée par 0,002 (cela signifie que les rapports $\frac{|\Delta T|}{T}$ et $\frac{|\Delta V|}{V}$ sont inférieurs à 0,005 et 0,002 respectivement).

(a) Que vaut $\ln(P)$?

(b) En déduire une majoration de l'incertitude relative sur P en fonction de l'incertitude relative sur T et de l'incertitude relative sur V .

(c) Donner une majoration de l'incertitude relative sur P pour les valeurs numériques données.

Compléments.

5. La surface corporelle S est donnée en fonction du poids P et de la taille T par la formule de Du Bois, utilisée en particulier en diététique :

$$S = 71,84 \times T^{0,725} \times P^{0,425}$$

où S est exprimée en cm^2 , T est exprimé en cm et P en kg .

(a) Que vaut $\ln(S)$?

(b) En déduire $\frac{\Delta S}{S}$ en fonction de $\frac{\Delta T}{T}$ et $\frac{\Delta P}{P}$.

(c) En supposant que l'on réalise une incertitude relative majorée par 0,001 sur la mesure de la taille et une incertitude relative majorée par 0,005 sur la mesure du poids, déterminer une majoration de l'incertitude relative sur S .