

---

Übungsblatt 11 zur Einführung in die Algebra

---

**Abgabe** bis Montag, den 22. Januar 2018, 11.44 Uhr in die Briefkästen auf F4.

**Aufgabe 38**

Bestimme die Klassengleichung von  $S_4$ . Zeige hiermit, dass  $A_4$  und  $V_4$  die einzigen nichttrivialen Normalteiler von  $S_4$  sind.

**Aufgabe 39**

Sei  $L|K$  eine Körpererweiterung und  $a, b \in L$  algebraisch über  $K$ . Zeige, dass

$$[K[a, b] : K] \leq [K[a] : K] \cdot [K[b] : K].$$

Zeige, dass Gleichheit gilt, wenn  $[K[a] : K]$  und  $[K[b] : K]$  teilerfremd sind.

**Aufgabe 40**

- (a) Bestimme die Minimalpolynome von  $\sqrt{2} - \sqrt{6}$  über  $\mathbb{Q}$  und über  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  sowie von  $\sqrt{3}\sqrt[3]{2}$  und  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}}$  über  $\mathbb{Q}$ .
- (b) Was ist der Körpergrad von  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$  und  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{6}]$  über  $\mathbb{Q}$ ?
- (c) Finde fünf Zwischenkörper von  $\mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{6}] | \mathbb{Q}$  und zeige, dass sie paarweise nicht isomorph sind.

**Aufgabe 41a**

Sei  $L|K$  eine Körpererweiterung ungeraden Grades. Zeige: Für alle  $a \in L$  gilt  $K(a) = K(a^2)$ .

**Aufgabe L**

- (a) Bestimme die Minimalpolynome von  $\sqrt{3} - \sqrt[3]{2}$  über  $\mathbb{Q}$ .
- (b) Was ist der Körpergrad von  $\mathbb{Q}[\sqrt{3}]$ ,  $\mathbb{Q}[\sqrt[3]{2}]$  und  $\mathbb{Q}[\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}]$  über  $\mathbb{Q}$ ?
- (c) Wie viele Zwischenkörper von  $\mathbb{Q}[\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}] | \mathbb{Q}$  gibt es?

*Hinweis:* Wende das Reduktionskriterium auf das Minimalpolynom von  $\sqrt{3} - \sqrt[3]{2}$  an, indem Du die Koeffizienten modulo 7 reduzierst.