

## Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra I

### Blatt 3

**Abgabe ihrer Lösung:** Bis Donnerstag, 14. November 2019, 09:55 Uhr, in den Briefkasten ihres Tutors im Gebäude F4. Achten Sie auf eine saubere und lesbare Darstellung, schreiben Sie ihren Namen und den Namen ihres Tutors auf jedes Blatt und heften Sie ihre einzelnen Blätter zusammen.

#### Aufgabe 3.1 *Beweismechanikaufgabe*

(4 Punkte)

Seien  $A$  und  $B$  Mengen. Zeigen Sie  $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B)$ .

**Hinweis:** Beachten Sie für diese Aufgabe die Vorgaben aus der **Info zu Beweismechanikaufgaben**, die Sie auf der ILIAS-Seite der Einführung in das mathematische Arbeiten und auf der Rückseite finden (*separate Abgabe der Lösung in Briefkasten 18* und Regeln der Beweismechanik einhalten). Im Text **Beweismechanik** können Sie Beweisschritte sowie Begriffe nachlesen.

#### Aufgabe 3.2

(4 Punkte)

Sei  $p$  eine Primzahl und seien  $a, b \in \mathbb{N}$  mit  $p|ab$ . Zeigen Sie, dass  $p|a$  oder  $p|b$ .

#### Aufgabe 3.3 *Die Einheitsgruppe eines Rings*

(4 Punkte)

Sei  $(R, +, \cdot)$  ein Ring mit 1. Wir definieren die *Einheitsgruppe*  $(R^\times, \cdot)$  von  $R$  als die Menge aller invertierbaren Elemente von  $R$ , d.h.,

$$R^\times = \{x \in R : \exists y \in R : x \cdot y = 1\}.$$

Zeigen Sie, dass  $(R^\times, \cdot)$  tatsächlich eine Gruppe ist.

#### Aufgabe 3.4 *Die Einheitsgruppe von $\mathbb{Z}_n$*

(4 Punkte)

Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass

$$\mathbb{Z}_n^\times = \{x \in \{0, \dots, n-1\} : \text{ggT}(x, n) = 1\}.$$

## Information zu den Beweismechanik-Aufgaben auf den Übungsblättern der Linearen Algebra I und Analysis I

Die **Beweismechanik** finden Sie auf der ILIAS-Seite der Einführung in das mathematische Arbeiten.

**Zur Bearbeitung der Aufgaben** Halten Sie sich beim Aufbau und Aufschreiben Ihrer Beweise genau an die Regeln der *Beweismechanik*. Es gilt:

*Ihr Beweis ist dann richtig, wenn er nach den Regeln abläuft.*

Wenn Sie sich also genau an die Regeln halten, können Sie am Ende sicher sein, dass Ihre Lösung richtig ist. Auf diese Art und Weise gewinnen Sie dann mit der Zeit mehr und mehr Selbstvertrauen in Ihre Beweisfähigkeit.

Wenn Sie eine Regel nicht mehr genau wissen, schlagen Sie diese in der Beweismechanik nach. Mit der Zeit sollten Sie die Regeln natürlich auswendig können.

Wir empfehlen Ihnen, sich das *Beispiel* in der Beweismechanik durchzulesen. In diesem wird die gewünschte Vorgehensweise illustriert (wobei nur der schwarze Text den Beweis ausmacht).

**Erlaubte Regeln und Schritte** Zu Beginn verlangen wir von Ihnen, dass Sie sehr genau mit den Grundregeln arbeiten, die im ersten Kapitel der Beweismechanik stehen. Später im Semester werden auch zunehmend abgeürzte Vorgehensweisen erlaubt sein, die Sie im zweiten und dritten Kapitel der Beweismechanik finden. Diese Kapitel werden wir im Semsterverlauf ergänzen, was *genau* zum aktuellen Zeitpunkt erlaubt ist, können Sie insofern stets in der aktuellen Version der Beweismechanik entnehmen.

**Zur Abgabe der Aufgaben** Bitte beachten Sie die folgenden Regeln:

- Abgabe der Beweismechanik-Aufgabe auf einem *separaten* Blatt in den Briefkasten mit der Aufschrift *Beweismechanik*.
- Bitte notieren Sie oben auf Ihrer Abgabe Ihren eigenen Namen, den Namen Ihres Tutors und die Nummer Ihrer Übungsgruppe.
- Der Abgabezeitpunkt ist derselbe wie für das restliche Blatt.

Sie bekommen die korrigierte Lösung mit dem Rest des Blatts in Ihrer Übungsgruppe zurück. Die Korrektur erfolgt jedoch nicht durch Ihren Tutor.