Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Olaf Weinmann

23. Oktober 2006

Analysis I
1. Übungsblatt

Aufgabe 1.1 Es seien A, B und C beliebige Mengen. Beweisen Sie:

(i) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,

(ii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

Aufgabe 1.2 Es seien U, V, U_1, V_1, A und B Mengen mit $U \subset A$, $V \subset A$, $U_1 \subset B$ und $V_1 \subset B$. Weiter sei $f\colon A \longrightarrow B$ eine Abbildung. Beweisen Sie:

(i) $f(U \cap V) \subset f(U) \cap f(V)$,

(ii) $f(A \setminus U) \supset f(A) \setminus f(U)$,

(iii) $f^{-1}(U_1 \cap V_1) = f^{-1}(U_1) \cap f^{-1}(V_1)$,

(iv) $f^{-1}(B \setminus U_1) = A \setminus f^{-1}(U_1)$.

Definition 1.1 *Es sei X eine Menge. Die Potenzmenge von X ist die Menge aller Teilmengen von X. Sie wird mit $\mathscr{P}(X)$ bezeichnet.*

Aufgabe 1.3 Bestimmen Sie $\mathscr{P}(\mathscr{P}(\mathscr{P}(\emptyset)))$.

Definition 1.2 *Die Abbildung $\mathrm{id}_A : A \longrightarrow A$, $x \longmapsto x$ heißt Identität von A.*

Aufgabe 1.4 Seien A und B nichtleere Mengen, sowie $f\colon A \longrightarrow B$ und $g\colon B \longrightarrow A$ Abbildungen mit $g \circ f = \mathrm{id}_A$. Zeigen Sie, dass f injektiv und g surjektiv ist.

Abgabetermin: Montag 30. Oktober 2006, vor der Vorlesung in die Briefkästen bei F411.