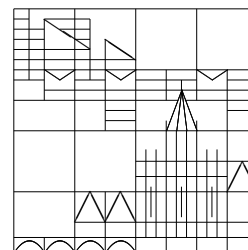


Universität Konstanz  
Fachbereich Mathematik und Statistik  
PROF. DR. REINHARD RACKE  
DIPL.-MATH. OLAF WEINMANN

15. Januar 2007



## Analysis I 11. Übungsblatt

**Aufgabe 11.1** Die Funktion  $f$  sei auf  $\mathbb{R}$  differenzierbar und es gelte  $f(0) \neq 0$ . Mit einer positiven Konstanten  $c \in \mathbb{R}$  gelte  $f'(x) > \frac{1}{c}$  für  $x \in \mathbb{R}$ . Beweisen Sie, dass  $f$  zwischen 0 und  $-cf(0)$  genau eine Nullstelle besitzt.

**Aufgabe 11.2** Die Funktionen  $f$  und  $g$  seien im Intervall  $I \subset \mathbb{R}$  differenzierbar. Für alle  $x \in I$  gelte

$$f(x)g'(x) - f'(x)g(x) \neq 0.$$

Beweisen Sie: Zwischen zwei Nullstellen von  $f$  liegt eine Nullstelle von  $g$ .

**Aufgabe 11.3** Die Funktion  $f$  sei im Intervall  $(a, b)$  mit  $0 \in (a, b)$  differenzierbar und es gelte  $f(0) = 0$ . Die Funktion  $g$  sei in  $(a, b)$  definiert durch

$$g(x) := \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & \text{falls } x \neq 0, \\ f'(0) & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie

- (i) Die Funktion  $g$  ist stetig in  $(a, b)$ .
- (ii) Existiert  $f''(0)$ , so ist  $g$  differenzierbar in  $(a, b)$ .

**Aufgabe 11.4** Beschreiben Sie einem Kreis ein gleichschenkliges Dreieck mit größtem Flächeninhalt ein.