Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Olaf Weinmann

22. Januar 2007

Analysis I
12. Übungsblatt

Aufgabe 12.1 Es seien $S, T, U \subset \mathbb{R}$ offen und $f\colon S \longrightarrow T$, $g\colon T \longrightarrow U$ Abbildungen. Ferner sei f in $x_0 \in S$ und g in $t_0 := f(x_0) \in T$ differenzierbar. Zeigen Sie: Die Abbildung $g \circ f$ ist in x_0 differenzierbar und es gilt

$$(g \circ f)'(x_0) = (g' \circ f)(x_0) \cdot f'(x_0).$$

Aufgabe 12.2 Bestimmen Sie die Definitionsbereiche und die Stammfunktionen von

(i) $x \longmapsto \cot(x) \qquad (x \in \mathbb{R})$,

(ii) $x \longmapsto \frac{x^2+1}{x^4-x^2} \qquad (x \in \mathbb{R})$.

Aufgabe 12.3 Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$, $I := (a, b)$ und $f \in \mathcal{T}(I, \mathbb{R})$. Das bestimmte Integral von f über I werde mit $\mathbb{I}(f)$ bezeichnet. Zeigen Sie: Die Abbildung $\mathbb{I}\colon \mathcal{T}(I, \mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f \longmapsto \mathbb{I}(f)$ ist eine stetige lineare Abbildung.

Aufgabe 12.4 Der Raum der stetigen linearen Abbildungen von $\mathcal{T}(I, \mathbb{R})$ nach $\mathbb{R}$ wird mit $\mathcal{L}_b(\mathcal{T}(I, \mathbb{R}), \mathbb{R})$ bezeichnet. Für $A \in \mathcal{L}_b(\mathcal{T}(I, \mathbb{R}), \mathbb{R})$ sei $\|A\|_{\mathcal{L}_b} := \sup_{\|f\|_\infty \le 1} |A(f)|$. Zeigen Sie: $(\mathcal{L}_b(\mathcal{T}(I, \mathbb{R}), \mathbb{R}), \|\cdot\|_{\mathcal{L}_b})$ ist ein normierter Raum.

Abgabetermin: Montag 29. Januar 2007, vor der Vorlesung in die Briefkästen bei F411.