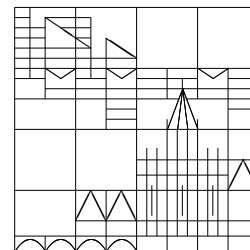


18. Dezember 2006



## Analysis I 9. Übungsblatt

**Aufgabe 9.1** Die Abbildung  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei für  $x \in \mathbb{R}$  durch

$$f(x) = \begin{cases} \exp(x^2 \cos(x^2) \sin(17 \cdot 2^x)) + \frac{7}{4} & \text{für } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \\ 0 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

definiert. Berechnen Sie für  $a \in \mathbb{R}$  den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  oder zeigen Sie, dass dieser nicht existiert.

**Aufgabe 9.2** Es seien  $f$  und  $g$  stetige, reellwertige Funktionen auf dem Intervall  $I \subset \mathbb{R}$ . Ferner gelte  $f(x) = g(x)$  für  $x \in I \cap \mathbb{Q}$ . Zeigen Sie, dass  $f(x) = g(x)$  für alle  $x \in I$  gilt.

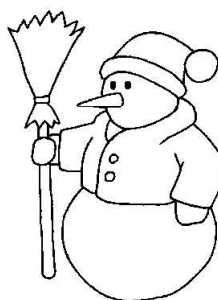
**Aufgabe 9.3** Es seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$ . Weiter sei  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetige Funktion für die  $f([a, b]) \subset [a, b]$  gilt. Zeigen Sie, dass  $f$  mindestens einen Fixpunkt besitzt.

**Aufgabe 9.4** Für  $n \in \mathbb{N}$  seien die Funktionen  $f_n$  durch  $f_n(x) := \frac{|x|^n}{1+|x|^n}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) definiert. Zeigen Sie:

- (i) Die Folge  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergiert auf  $\mathbb{R}$  nicht gleichmäßig.
- (ii) Für jede feste Zahl  $q > 1$  konvergiert die Folge  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gleichmäßig auf den Mengen

$$\{x : |x| \geq q\} \quad \text{und} \quad \left\{x : |x| \leq \frac{1}{q}\right\}.$$

**Aufgabe 9.5** Malen Sie aus:



Die Bearbeitung dieses Blattes ist freiwillig. Punkte werden jedoch als Zusatzpunkte angerechnet. Abgabetermin:  
Montag 08. Januar 2007, vor der Vorlesung in die Briefkästen bei F411.

WIR WÜNSCHEN IHNEN EINE FROHE WEIHNACHT UND VIEL ERFOLG IM NEUEN JAHR!