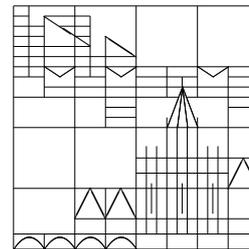


Universität Konstanz  
Fachbereich Mathematik und Statistik  
PROF. DR. REINHARD RACKE  
DIPL.-MATH. OLAF WEINMANN

30. April 2007



## Analysis II

### 3. Übungsblatt

**Aufgabe 3.1** Es seien  $X$  und  $Y$  normierte Räume. Für  $A \in L_b(X, Y)$  sei

$$\|A\| := \sup_{\|x\|=1} \|Ax\|.$$

Zeigen Sie, dass  $(L_b(X, Y), \|\cdot\|)$  ein normierter Raum ist.

**Aufgabe 3.2** Es sei  $\ell_\infty := \{x = (x_i)_{i \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{C} : \sup_{n \in \mathbb{N}} |x_n| < \infty\}$ . Für  $x \in \ell_\infty$  definieren wir  $\|x\|_\infty := \sup_{n \in \mathbb{N}} |x_n|$ . Zeigen Sie, dass  $(\ell_\infty, \|\cdot\|_\infty)$  ein vollständiger normierter  $\mathbb{C}$ -Vektorraum ist.

**Aufgabe 3.3** Beweisen Sie, dass

$$\|x\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \|x\|_p$$

für alle  $x \in \mathbb{R}^n$  gilt.

**Aufgabe 3.4** Es seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$  und  $X := \mathcal{C}^1([a, b])$ . Untersuchen Sie den normierten Raum  $(X, \|\cdot\|_\infty)$  auf Vollständigkeit.