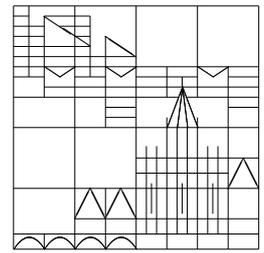


07. Mai 2007



Analysis II

4. Übungsblatt

Aufgabe 4.1 Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ linear.

- (i) Berechnen Sie $A'(z)$, wobei $z = (7, \dots, 7)^t$ ist.
- (ii) Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \langle Ax, x \rangle$, wobei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Skalarprodukt auf \mathbb{R}^n ist. Untersuchen Sie f auf Differenzierbarkeit.
- (iii) Es sei $\varphi \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}_0^+, \mathbb{R})$. Die Funktion $\psi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ sei für $x \in \mathbb{R}^n$ durch

$$\psi(x) := \varphi(|x|)$$

definiert. Berechnen Sie $(\Delta\psi)(x)$ für $x \neq 0$.

Aufgabe 4.2

- (i) Es sei $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$. Berechnen Sie $\operatorname{div}(\operatorname{rot} f)$.
- (ii) Es sei $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3, \mathbb{R})$. Berechnen Sie $\operatorname{rot}(\nabla g)$.

Aufgabe 4.3 Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, welche für $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ durch

$$f(x_1, x_2, x_3) = \cos(x_2) \sin(x_1 x_3)$$

definiert ist. Berechnen Sie f'' und interpretieren Sie

$$f'' \left((1, 1, 1)^t \right) (0, 0, 1)^t.$$