Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Jun.-Prof. Dr. Arno Fehm
Sebastian Wenzel
WS 2011/2012

Übungen zur Vorlesung Algebra

Blatt 1
Polynomringe

Sei stets R ein kommutativer Ring mit 1.

Aufgabe 1
(4 Punkte)
Sei $R[X_i, i \in I]$ der Polynomring in beliebig vielen Variablen über R.
Zeigen Sie:

a) $R[X_1, \ldots, X_n] \cong R[X_1, \ldots, X_{n-1}][X_n]$.
b) Ist R integer, so auch $R[X_i, i \in I]$.

Aufgabe 2
(4 Punkte)
Sei I ein Ideal in R, und $IR[X]$ das von I in $R[X]$ erzeugte Ideal. Beweisen Sie:

a) Ein Polynom $f = \sum_i a_i X^i \in R[X]$ liegt genau dann in $IR[X]$, wenn alle Koeffizienten in I liegen.
b) $R[X]/IR[X] \cong (R/I)[X]$

Aufgabe 3
(4 Punkte)
Zeigen Sie: Ist $R[X]$ ein Hauptidealring, so ist R ein Körper.

Abgabe: Dienstag, 25. Oktober 2011, 10 Uhr in die Briefkästen auf F4.