

Dr. Stefan Frei absolvierte sein Diplomstudium Mathematik mit Ausrichtung Wissenschaftliches Rechnen an der Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg. In seiner Diplomarbeit in der Arbeitsgruppe von Prof. Rannacher behandelte er Optimalsteuerungsprobleme mit partiellen Differentialgleichungen. Nach einem Forschungsaufenthalt am Fraunhofer ITWM in Kaiserslautern promovierte er von 2012 bis 2016 in Heidelberg unter Prof. Richter zum Thema "Eulersche Finite Elemente Methoden für Interface-Probleme und Fluid-Struktur-Interaktionen" mit dem Prädikat *summa cum laude*. Seit 2017 beschäftigt er sich am University College London zusammen mit Prof. Burman mit der numerischen Simulation von Kontaktproblemen mit Fluid-Struktur-Interaktion. Außerdem unterstützte er die Universidad Nacional Agraria La Molina in Lima (Peru) im vergangenen Jahr als Gastprofessor bei der Planung von neuen Studiengängen in Angewandter Mathematik. Weitere aktuelle Forschungsschwerpunkte sind Mehrskalenprobleme, insbesondere in der Zeit, und Probleme der numerischen Strömungsmechanik.

Bereits während seines Studiums entdeckte Stefan Frei im Rahmen einer Spezialvorlesung sein Interesse an Interfaceproblemen und speziell an der Modellierung und Simulation von Fluid-Struktur-Interaktion (FSI). Nach zwei Abstechern in das Gebiet der Optimalsteuerung mit partiellen Differentialgleichungen [8,7] entschied er sich dann auch zur Promotion in diesem Gebiet. In der Arbeitsgruppe von Prof. Rannacher in Heidelberg wurde damals ein neuartiger Ansatz für FSI mit großen Strukturdeformationen oder -bewegungen erforscht [4]. Dies ist beispielsweise bei biomedizinischen Anwendungen wie der numerischen Simulation von Herzklappen oder von Plaquewachstum in Arterien, aber auch bei vielen ingenieurwissenschaftlichen Fragestellungen relevant.

Während der Standardansatz für FSI mit moderaten Strukturaußenlenkungen - die Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) Methode - in diesem Fall Schwierigkeiten aufweist [13] und bei alternativen Methoden wie der Immersed Boundary Methode mühsam Kräfte und Variablen zwischen verschiedenen Koordinatensystemen transferiert werden müssen, führt die Formulierung aller Gleichungen in Eulerschen Koordinaten (Fully Eulerian approach) auf eine mathematisch elegante monolithische Formulierung, in die die Kopplungsbedingungen einfach mithilfe von variationellen Prinzipien integriert werden können. Ausgehend von seiner Dissertation wurde dieser Ansatz in den letzten Jahren maßgeblich von Stefan Frei weiterentwickelt [5,9,10,11,13].

Sowohl der Eulersche Ansatz als auch die Immersed Boundary Methode stellen aufgrund der Bewegung eines inneren Interfaces besondere Herausforderungen für eine akkurate und stabile Diskretisierung. Für die Ortsdiskretisierung entwickelte Stefan Frei in seiner Promotion eine einfache "lokal modifizierte" Finite-Elemente-Methode [9,6]. Basierend auf einem festen Grobgitter werden dabei innere Freiheitsgrade innerhalb der Grobgitterzellen so angepasst, dass das Interface in (mindestens) linearer Approximation aufgelöst wird. Dieser Ansatz ist insbesondere für Probleme mit instationären Interfaces geeignet, da die Grob-

STECKBRIEF



gitterstruktur unabhängig von der Bewegung des Interfaces erhalten bleibt.

Während für die Ortsdiskretisierung verschiedene alternative Methoden in der Literatur existieren, ist die Zeitdiskretisierung bei bewegten Interfaces weit weniger erforscht. In seiner Promotion gelang es Stefan Frei eines der ersten Zeitschrittverfahren zweiter Ordnung für Probleme mit instationären Interfaces herzuleiten [11]. Der Ansatz basiert auf einer Galerkindiskretisierung in der Zeit, wobei die Galerkinansatzräume derart modifiziert werden, dass die Bewegung des Interfaces oder auch von äußeren Rändern in der Diskretisierung geeignet aufgelöst werden.

Diese Ansätze sind nicht nur für FSI interessant, sondern viel all-

gemeiner für Interfaceprobleme in Eulerschen Koordinaten, wie etwa Mehrphasenströmungen oder Diffusions- und Transportprobleme mit un stetigen Koeffizienten. In seiner zukünftigen Forschung plant Herr Frei zudem die Kombination von sogenannten CutFEM-Ansätzen [1] mit dem Eulerschen Ansatz, insbesondere zur Simulation von komplexen dreidimensionalen Problemen.

Eine interessante Anwendung ist die Simulation von Plaquewachstum in Arterien. Neben FSI ist hier der Einfluss von diversen Zellkonzentrationen zu berücksichtigen, welche das Wachstum verursachen und daher einen direkten Einfluss auf die Strukturgleichungen haben [14,13]. Dabei bedingen sich FSI und Zellkonzentrationen wechselseitig, da die Wandschubspannung beeinflusst, wie viele der Zellen in die Arterienwand eindringen. Schließlich liegt eine Hauptschwierigkeit in den verschiedenen Zeitskalen von Strömungsdynamik ($t < 1s$) und Plaquewachstum ($T > 1$ Monat), welche eine Auflösung der schnellen Skala über den kompletten Zeitraum des Plaquewachstums praktisch unmöglich macht.

Ausgehend von dieser Anwendung beschäftigte sich Stefan Frei zusammen mit Thomas Richter in den letzten Jahren intensiv mit zeitlichen Mehrskalenalgorithmen für Strömungsprobleme. In einer aktuellen Arbeit konnte ein solcher Algorithmus erstmals vollständig analysiert werden, unter Ab-

schätzung von Modellierungs- und Diskretisierungsfehlern [12]. Eine Schwierigkeit liegt dabei in der Formulierung von Anfangsbedingungen auf der schnellen Skala. Für Strömungsprobleme mit genügend kleinen Daten kann gezeigt werden, dass periodische Anfangsdaten eine genügend gute Approximation im Rahmen des Modellierungsfehlers darstellen.

Am University College London (UCL) forscht Stefan Frei seit 2017 in Zusammenarbeit mit Erik Burman (UCL) und Miguel A. Fernández (Inria de Paris) an Kontaktproblemen mit Fluid-Struktur-Interaktion. Neben der Topologieänderung im Strömungsgebiet, für welche ein Eulerscher Ansatz geeignet ist, liegt eine Hauptschwierigkeit im Übergang von den FSI-Kopplungs- zu den Kontaktbedingungen und umgekehrt. Um eine stabile und implizite Formulierung der beiden Bedingungen zu ermöglichen, werden die Strömungsvariablen jenseits der Kontaktfläche geeignet fortgesetzt. Anschließend werden beide Bedingungen voll implizit mithilfe von sogenannten Nitsche-Techniken in die variationelle Formulierung integriert [2].

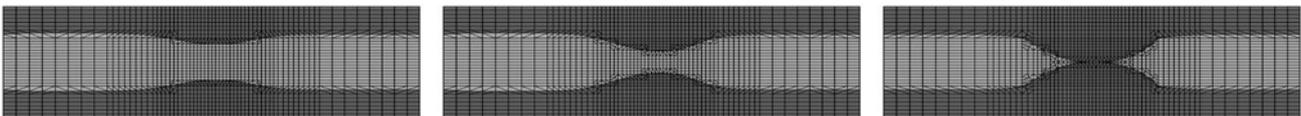
Schließlich liegen Stefan Frei seine Kontakte nach Südamerika besonders am Herzen. Resultierend aus einem Auslandssemester in Trujillo (Peru) im Jahre 2006 führte er zusammen mit Malte Braack (Kiel) und Thomas Richter von 2014 bis 2016 drei vom DAAD finanzierte Sommerschulen in Peru und Brasilien durch. Darauf aufbauend forschte er mit Kollegen aus Peru an Strömungs- und Gasdynamiken in der menschlichen Lunge [3] und übernahm unter anderem eine einjährige Gastprofessur in Lima. In diesem Jahr wurde zusammen mit mehreren peruanischen und deutschen Forschungsinstitutionen eine Partnerschaft im DAAD-Programm "Fachbezogene Partnerschaften mit Hochschulen in Entwicklungsländern" begonnen. Geplant ist dabei insbesondere eine internationale Konferenz in Cusco im März 2020 sowie der Aufbau von langfristigen Strukturen im Bereich der Angewandten Mathematik in Peru.

Literatur

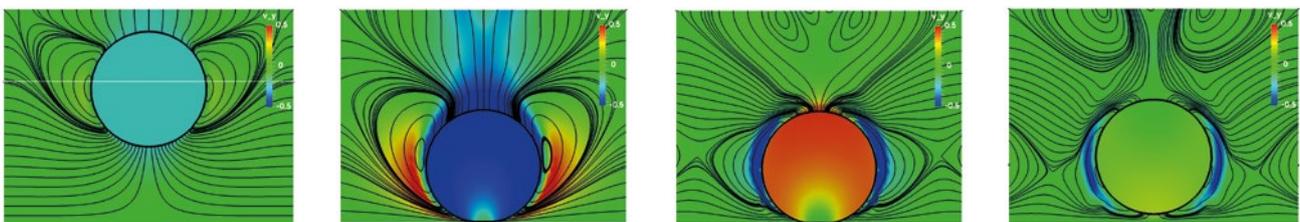
- [1] E Burman, S Claus, P Hansbo, MG Larson, A Massing. CutFEM: Discretizing geometry and partial differential equations. *Int J Numer Methods Eng*, 104(7):472–501, 2015.
- [2] E Burman, MA Fernández, S Frei. A Nitsche-based formulation for fluid-structure interactions with contact. *ArXiv e-prints arXiv:1808.08758*, 2018.
- [3] LJ Caucha, S Frei, O Rubio. Finite element simulation of fluid dynamics and CO₂ gas exchange in the alveolar sacs of the human lung. *Comput Appl Math*, 37(5):6410–6432, 2018.
- [4] T Dunne. An Eulerian approach to fluid-structure interaction and goal-oriented mesh adaptation. *Int J Numer Methods Fluids*, 51(9–10):1017–1039, 2006.
- [5] S Frei. Eulerian finite element methods for interface problems and fluid-structure interactions. Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2016.
- [6] S Frei. An edge-based pressure stabilization technique for finite elements on arbitrarily anisotropic meshes. *Int J Numer Methods Fluids*, 89(10):407–429, 2019.
- [7] S Frei, H Andrá, R Pinnau, O Tse. Optimizing fiber orientation in fiber-reinforced materials using efficient upscaling. *Comput Optim Appl*, 62(1):111–129, 2015.
- [8] S Frei, R Rannacher, W Wollner. A priori error estimates for the finite element discretization of optimal distributed control problems governed by the biharmonic operator. *Calcolo*, 50(3):165–193, 2013.
- [9] S Frei, T Richter. A locally modified parametric finite element method for interface problems. *SIAM J Numer Anal*, 52(5):2315–2334, 2014.
- [10] S Frei, T Richter. An accurate Eulerian approach for fluid-structure interactions. In S. Frei, B. Holm, T. Richter, T. Wick, and H. Yang, editors, *Fluid-Structure Interaction: Modeling, Adaptive Discretization and Solvers*, Rad Ser Comput Appl Math. de Gruyter, 2017.
- [11] S Frei, T Richter. A second order time-stepping scheme for parabolic interface problems with moving interfaces. *ESAIM: M2AN*, 51(4):1539–1560, 2017.
- [12] S Frei, T Richter. Efficient approximation of flow problems with multiple scales in time. *arXiv preprint arXiv:1903.12234*, 2019.
- [13] S Frei, T Richter, T Wick. Long-term simulation of large deformation, mechano-chemical fluid-structure interactions in ALE and fully Eulerian coordinates. *J Comput Phys*, 321:874–891, 2016.
- [14] Y Yang, W Jäger, M Neuss-Radu, T Richter. Mathematical modeling and simulation of the evolution of plaques in blood vessels. *J Math Biol*, 72(4):973–996, 2016.

Kontakt:

Dr. Stefan Frei
 Department of Mathematics
 University College London
<http://www.homepages.ucl.ac.uk/~ucahfre>
 E-Mail: s.frei@ucl.ac.uk



Lokal modifizierte Finite-Elemente-Diskretisierung zur Simulation von Plaquewachstum in Arterien



Globales Geschwindigkeitsfeld und Stromlinien bei einer FSI-Kontakt-Modellkonfiguration: Fall eines elastischen Balles in einem viskosen Fluid und Absprung nach Kontakt mit einer Bodenplatte