



Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

9. Übungsblatt

Aufgabe 9.1

Gegeben seien im \mathbb{R}^2 die Vektoren $v = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$ und $w = \begin{pmatrix} \beta \\ -2 \end{pmatrix}$.

- Berechnen Sie für $\alpha = \beta = 1$ den Winkel $\angle(v, w)$ zwischen den Vektoren v und w . Machen Sie eine entsprechende Skizze dazu.
- Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ und $\beta \in \mathbb{R}$ stehen die Vektoren v und w senkrecht aufeinander?

Aufgabe 9.2

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen des \mathbb{R}^2 :

- $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : (x_1 - 2)^2 + x_2^2 - 1 = 0\}$,
- $\{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : (a + 3)^2 + (b - 2)^2 > 4\}$,
- $\{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0,5 < u \leq 4, v = \frac{1}{u}\}$,
- $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y, |y| \leq 2, |x| > 1\}$.

Aufgabe 9.3

Gegeben sei die Funktion

$$f : D \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2.$$

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich D von f und berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x, y, z)$.
- Bestimmen Sie alle Punkte $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ mit

$$\nabla f(x, y, z) = 0.$$

Aufgabe 9.4

Gegeben sei die Funktion

$$f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = xy.$$

- Bestimmen Sie den Definitionsbereich D von f und skizzieren Sie die Höhenlinien zu den Höhen $h = 0, 1, 4$.
- Geben Sie die Tangentialebene im Punkt $(1, 1)$ an.
- Gibt es einen Punkt $(x_0, y_0) \in D$ mit horizontaler Tangentialebene? Falls ja, geben Sie diese Ebene an.