Universität Konstanz
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Johannes Schropp
Jan Rohleff

Wintersemester 2024/2025

Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

9. Übungsblatt

Aufgabe 9.1

Gegeben seien im $\mathbb{R}^2$ die Vektoren $v = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$ und $w = \begin{pmatrix} \beta \\ -2 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie für $\alpha = \beta = 1$ den Winkel $\angle(v, w)$ zwischen den Vektoren v und w. Machen Sie eine entsprechende Skizze dazu.

b) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ und $\beta \in \mathbb{R}$ stehen die Vektoren v und w senkrecht aufeinander?

Aufgabe 9.2

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen des $\mathbb{R}^2$:

(i) $\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : (x_1 - 2)^2 + x_2^2 - 1 = 0\}$,

(ii) $\{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : (a + 3)^2 + (b - 2)^2 > 4\}$,

(iii) $\left\{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0,5 < u \leq 4, v = \frac{1}{u}\right\}$,

(iv) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq y, |y| \leq 2, |x| > 1\}$.

Aufgabe 9.3

Gegeben sei die Funktion

$$f : D \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2.$$

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich D von f und berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x, y, z)$.

b) Bestimmen Sie alle Punkte $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ mit

$$\nabla f(x, y, z) = 0.$$

Aufgabe 9.4

Gegeben sei die Funktion

$$f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x, y) = xy.$$

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich D von f und skizzieren Sie die Höhenlinien zu den Höhen $h = 0, 1, 4$.

b) Geben Sie die Tangentialebene im Punkt $(1, 1)$ an.

c) Gibt es einen Punkt $(x_0, y_0) \in D$ mit horizontaler Tangentialebene? Falls ja, geben Sie diese Ebene an.