



Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

10. Übungsblatt

Aufgabe 10.1

Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = 2 + 2x^2 + y^2.$$

- Welche $x \in \mathbb{R}$ erfüllen die Höhenbedingung $f(x, 1) = 3$?
- Bestimmen Sie für die Punkte $(x, 1) \in \mathbb{R}^2$ die Darstellung des Tangentialraums, wobei x die Bedingung aus a) erfülle.
- Bestimmen Sie alle Punkte $(\bar{x}, \bar{y}) \in \mathbb{R}^2$ mit horizontaler Tangentialebene.
- Sind die Punkte aus c) lokale Minima?

Aufgabe 10.2

Gegeben sei die Funktion

$$h(x_1, x_2) = \ln(x_1^2 + x_2^2 - 1).$$

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von h und skizzieren Sie diesen in der (x_1, x_2) -Ebene. Wie lautet der Wertebereich von h ?
- Bestimmen Sie den Gradienten ∇h . Hat ∇h Nullstellen auf dem Definitionsbereich von h ?

Aufgabe 10.3

Für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sei die Funktion $f(x, y) = 2x - \ln(y)$ gegeben.

- Bestimmen Sie eine Funktion $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, \varphi(x)) = 0$.
- Berechnen Sie die Ableitung $\varphi'(x)$, einmal explizit und einmal durch implizites Differenzieren der Gleichung $f(x, \varphi(x)) = 0$.

Aufgabe 10.4

Vorgelegt sei die Funktion

$$g(x, y) = \exp(y) + y^3 + x^2 - 2.$$

- Zeigen Sie mithilfe des Satzes über implizite Funktionen, dass die Gleichung $g(x, y) = 0$ lokal bei $(x_0, y_0) = (1, 0)$ nach y auflösbar ist, d. h. es existiert lokal eine Funktion φ mit $g(x, \varphi(x)) = 0$.
- Berechnen Sie $\varphi'(1)$.