



Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

11. Übungsblatt

Aufgabe 11.1

- Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x \exp\left(-\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\right)$ auf lokale Minima und Maxima.
- Gibt es eine zweimal stetig differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit der Eigenschaft $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 2xy + y$ und $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = x^2 + 1$?

Aufgabe 11.2

- Berechnen Sie das totale Differential der Funktionen $f(x, y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}$ und $g(x, y, z) = xyz$.
- Das totale Differential sei durch $dy = (\exp(x) + x) dx$ gegeben. Welcher Zusammenhang besteht zwischen y und x ?
- Welche Abhängigkeit besteht zwischen da , db und dc , falls für drei Grössen a , b und c die Beziehung $a^2b^2c^2 = 0$ gilt?

Aufgabe 11.3

Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2(y - x) + 1$.

- Zeigen Sie: Die Höhenlinie zur Höhe $h = 0$ ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt $(1, -1)$ und dem Radius 1.
- Wie lautet die Tangentenrichtung der Höhenlinie aus a) im Punkt $(1, 0)$? Zeigen Sie ausserdem, dass der Gradient von f und die Tangentenrichtung der Höhenlinie im Punkt $(1, 0)$ senkrecht aufeinander stehen. Machen Sie sich eine entsprechende Skizze dazu.

Aufgabe 11.4

Gegeben sei im \mathbb{R}^3 die Kurve $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(s) = (1, r \cos(s), r \sin(s))^T$, $r > 0$.

- Skizzieren Sie die Kurve für den Fall $r = 1$.
- Berechnen Sie die Länge der Kurve f für ein beliebiges $r > 0$.

Aufgabe 11.5

Gegeben seien die Funktionen $f(x, y) = x + y$ und $g(x, y) = x^2 + y^2 - 2$.

- Berechnen Sie mögliche Extremalwerte von f unter der Nebenbedingung $g(x, y) = 0$ mithilfe der Methode von Lagrange.
- Berechnen Sie eine Lösung der Aufgabe aus a) durch Elimination einer Variablen.