Universität Konstanz
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Johannes Schropp
Jan Rohleff

Sommersemester 2025

Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

2. Übungsblatt

Aufgabe 2.1

Berechnen Sie die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe des Gauß-Jordan-Verfahrens.

Aufgabe 2.2

a) Berechnen Sie den Kern $\operatorname{Ker}(A) = \{x \in \mathbb{R}^3 : Ax = 0\}$ der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

b) Berechnen Sie den Kern $\operatorname{Ker}(B) = \{x \in \mathbb{R}^3 : Bx = 0\}$ der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 6 & -6 & 12 \\ 3 & -4 & 5 \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit des Parameters a.

Aufgabe 2.3

a) Berechnen Sie A^T und B^T für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 8 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

b) Zeigen Sie, dass die Matrix

$$C = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

idempotent ist, d. h. es gilt $C^2 = C$.

c) Zeigen Sie, dass die Matrix

$$D = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

orthogonal ist, d. h. es gilt $D^{-1} = D^T$.

Aufgabe 2.4

a) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix aus Aufgabe 2.2 b).

b) Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

mit dem Entwicklungssatz von Laplace.