Universität Konstanz
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Johannes Schropp
Jan Rohleff

Sommersemester 2025

Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

3. Übungsblatt

Aufgabe 3.1

Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit der Cramerschen Regel.

Aufgabe 3.2

a) Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition, dass die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ positiv definit und die Matrix $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ negativ definit ist.

b) Gegeben sei die quadratische Form

$$Q(x) = -2x_1^2 - 2x_2^2 - 10x_3^2 - 2x_1x_2 + 8x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

Bestimmen Sie die symmetrische Matrix A, für die $Q(x) = x^T Ax$ gilt und untersuchen Sie Q auf positive bzw. negative Definitheit.

c) Analysieren Sie

$$Q(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2^2 + 3x_3^2$$

unter der Nebenbedingung

$$2x_1 + x_2 = 0$$

auf positive bzw. negative Definitheit.

Aufgabe 3.3

a) Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}.$$

Normieren Sie die Eigenvektoren in der letzten Komponente auf 1.

b) Bestimmen Sie alle reellen Eigenwerte der Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ c & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$$

in Abhängigkeit des Parameters $c \in \mathbb{R}$.