Universität Konstanz
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Johannes Schropp
Jan Rohleff

Sommersemester 2025

Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

6. Übungsblatt

Aufgabe 6.1

a) Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Konkavität bzw. Konvexität:

1. $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}, \quad f(x) = -x^3,$
2. $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad g(x, y) = x^4 + y^2 + x.$

b) Zeigen Sie, dass die Funktion $h : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R},\ h(x) = -x^T Cx + b^T x + d$ strikt konkav ist, wobei $C \in \mathbb{R}^{N,N}$ symmetrisch und positiv definit, $b \in \mathbb{R}^N$ und $d \in \mathbb{R}$.

c) Untersuchen Sie die Funktionen f, g und h auf Extrema.

Aufgabe 6.2

Berechnen Sie die Funktionalmatrix der Abbildung

$$f : \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi[\to \mathbb{R}^2, \quad f(r, \varphi) = \begin{pmatrix} r\cos(\varphi) \\ r\sin(\varphi) \end{pmatrix}$$

und überprüfen Sie diese auf Invertierbarkeit.

Aufgabe 6.3

Gegeben sei die Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad g(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 - y^2 \\ xy \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Verkettung $h(r, \varphi) = (g \circ f)(r, \varphi)$ mit f aus Aufgabe 6.2.

b) Berechnen Sie die Funktionalmatrix $D(g \circ f)(r, \varphi)$ sowohl direkt mittels der Darstellung aus Teil a) als auch mithilfe der Kettenregel.