



Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

<https://www.math.uni-konstanz.de/~rohleff/numode.html>

6. Übungsblatt

Ausgabe: 01.07.2025, Abgabe: 08.07.2025, bis 10.00 Uhr

Aufgabe 6.1 (6 Punkte)

Gegeben sei für $e > 0$, $e \in \mathbb{R}^N$ die gewichtete Maximumsnorm

$$\|u\|_e = \max \left\{ \frac{|u_i|}{e_i} : i = 1, \dots, N \right\}$$

auf \mathbb{R}^N . Zeigen Sie: Für $P \in \mathbb{R}^{N \times N}$ mit $P \geq 0$ gilt für die zugeordnete Matrixnorm $\|\cdot\|_e$

$$\|P\|_e = \|Pe\|_e.$$

Aufgabe 6.2 (9 Punkte)

Lösen Sie in Matlab/Python die Dirichletsche Randwertaufgabe

$$-u'' = \lambda(1-u)(2-u)^{-1}, \quad u(0) = u(1) = 0 \tag{1}$$

mit dem Schießverfahren für $\lambda = 1$ (die folgenden Bezeichnungen dazu sind der Vorlesung aus Kapitel 6 b) entnommen).

Das Auffinden der Nullstelle $\bar{\sigma}$ der Funktion g soll mit dem Newtonverfahren geschehen (Abbruchkriterium: $\varepsilon = 10^{-8}$); wählen Sie als Startwert $\sigma_0 = 1$. Das in jedem Newtonschritt auftretende gekoppelte System (6-3), (6-4) aus dem Vorlesungsskript ist dabei mit dem klassischen Runge-Kutta-Verfahren mit der Schrittweite $h = 1/100$ zu lösen.

Geben Sie während der Rechnung in jedem Newtonschritt die aktuelle Steigung σ_n auf der Konsole aus und plotten Sie zum Schluss mit dem gefundenen $\bar{\sigma}$ die numerische Lösung in einem Schaubild.