Übungsblatt 1 zur Linearen Algebra I

Wintersemester 2005/2006

Versuchen Sie die untenstehenden Aussagen (i)-(iv) zu beweisen. Sie dürfen dabei Ihren logischen Sachverstand benutzen und andere Kenntnisse, die nicht mit den reellen Zahlen im Zusammenhang stehen, etwa die Bedeutung des Gleichheitszeichens und der Klammersymbole. Verwenden Sie aber keinerlei Wissen über die reellen Zahlen außer den folgenden Tatsachen:

Die reellen Zahlen bilden eine Menge $\mathbb{R}$. Die Menge $\mathbb{R}$ enthält zwei Elemente 0 und 1, welche verschieden voneinander sind. Aus zwei reellen Zahlen a und b kann man die reellen Zahlen $a+b$ und $a \cdot b$ bilden. Aus einer reellen Zahl a kann man die reelle Zahl $-a$ und falls $a \neq 0$ auch die reelle Zahl a^{-1} bilden (dabei ist die -1 im Exponent zunächst nur als bloßes Symbol aufzufassen). Für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt:

(A+)	$(a+b)+c = a+(b+c)$	(A·)	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
(N+)	$a+0=a$	(N·)	$a \cdot 1 = a$
(I+)	$a+(-a)=0$	(I·)	$a \cdot (a^{-1}) = 1$ falls $a \neq 0$
(K+)	$a+b=b+a$	(K·)	$a \cdot b = b \cdot a$
(D)	$(a+b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$		

(i) $(-1) \cdot (-1) = 1$

(ii) $(-1) \cdot a = -a$ für alle $a \in \mathbb{R}$

(iii) Es gibt ein $a \in \mathbb{R}$ mit $a \cdot a = 1 + 1$.

(iv) $\mathbb{R}$ enthält mindestens drei Elemente.

Können Sie eine Aufgabe nicht lösen, so überlegen Sie sich ein hieb– und stichfestes Argument dafür, warum die Aufgabe nicht lösbar ist!

Abgabe: Versehen Sie die Lösungen bitte auf dem Deckblatt rechts oben mit Ihrem Namen und der Nummer Ihrer Übungsgruppe. Geben Sie keine Sammlung loser Blätter ab. Werfen Sie die Lösungen in den mit der Nummer Ihrer Übungsgruppe gekennzeichneten Briefkasten neben dem Raum F411. Die Abgabe soll bis Freitag, den 28. Oktober, vor der Vorlesung erfolgen.