Universität Konstanz Fachbereich Mathematik und Statistik

Übungsblatt 8 zur Algebra

Wintersemester 2006/2007

Aufgabe 1: Es sei R ein faktorieller Integritätsbereich mit Quotientenkörper K. Sei $f \in R[X]$ ein normiertes Polynom und $a \in K$ mit $f(a) = 0$.

(a) Zeigen Sie $a \in R$.

(b) Folgern Sie für $1 \leq m, n \in \mathbb{N}$

$$\sqrt[m]{n} \in \mathbb{Q} \iff \sqrt[m]{n} \in \mathbb{Z}.$$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie das Minimalpolynom von $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ über $\mathbb{Q}$.

Aufgabe 3: Zeigen Sie, daß es $a \in \mathbb{R}$ gibt mit $a^3 - a^2 + a + 2 = 0$ und bestimmen Sie das Minimalpolynom von a über $\mathbb{Q}$.

Aufgabe 4: Es sei $M \subseteq \mathbb{C}$ mit $0, 1 \in M$. Zeigen Sie, daß die Menge der mit Zirkel und Lineal aus M konstruierbaren Zahlen ein Oberkörper von $\mathbb{Q}(M \cup \overline{M})$ ist.

Abgabe bis Freitag, den 15. Dezember, bis 10:30 Uhr.