

Lineare Algebra II

Aufgabe 18.1:

Betrachten Sie die Bilinearform auf dem \mathbb{Q} -Vektorraum \mathbb{Q}^4 aus Aufgabe 17.3(b).

- Bestimmen Sie die zu b gehörende quadratische Form q .
- Bestimmen Sie die symmetrische Bilinearform b_q .
- Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix $M(q, \underline{e})$ von b_q bezüglich der Standardbasis \underline{e} des \mathbb{Q}^4 .
- Bestimmen Sie eine verallgemeinerte Cholesky-Zerlegung von $M(q, \underline{e})$ ohne Permutationsmatrix.
- Berechnen Sie die Determinante von $M(q, \underline{e})$.

Aufgabe 18.2:

Betrachten Sie die symmetrische Bilinearform $b: \mathbb{Q}^4 \times \mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}$,

$$((x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4)) \mapsto (x_1 - x_4)y_1 + (x_3 - x_2)y_2 + (x_2 - x_3)y_3 + (x_4 - x_1)y_4,$$

auf dem \mathbb{Q} -Vektorraum \mathbb{Q}^4 .

- Bestimmen Sie die zu b gehörende quadratische Form q .
- Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix $M(q, \underline{e})$ von $b_q = b$ bezüglich der Standardbasis \underline{e} des \mathbb{Q}^4 .
- Bestimmen Sie eine verallgemeinerte Cholesky-Zerlegung von $M(q, \underline{e})$.
- Bestimmen Sie eine Basis von \mathbb{Q}^4 , bezüglich derer die Darstellungsmatrix von b_q Diagonalgestalt hat.
- Berechnen Sie die Determinante von $M(q, \underline{e})$.

Aufgabe 18.3:

Betrachten Sie die symmetrische Bilinearform $b: \mathbb{Q}^3 \times \mathbb{Q}^3 \rightarrow \mathbb{Q}$,

$$((x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4)) \mapsto (x_1 - 2x_2)y_1 + (-2x_1 + 4x_2 + 2x_3)y_2 + 2x_2y_3,$$

auf dem \mathbb{Q} -Vektorraum \mathbb{Q}^3 .

- Bestimmen Sie die zu b gehörende quadratische Form q .
- Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix $M(q, \underline{e})$ von $b_q = b$ bezüglich der Standardbasis \underline{e} des \mathbb{Q}^3 .
- Bestimmen Sie eine verallgemeinerte Cholesky-Zerlegung von $M(q, \underline{e})$.
- Bestimmen Sie eine Basis von \mathbb{Q}^3 , bezüglich derer die Darstellungsmatrix von b_q Diagonalgestalt hat.
- Berechnen Sie die Determinante von $M(q, \underline{e})$.

Bitte wenden.

Aufgabe 18.4:

Bestimmen Sie eine verallgemeinerte Cholesky-Zerlegung der symmetrischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3 \times 3}.$$

Abgabe bis Montag, den 17. Mai, 10 Uhr in die Briefkästen neben F411.