
Übungsblatt 6 zur Darstellungstheorie endlicher Gruppen

Aufgabe 1. Seien $\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$, G eine endliche Gruppe und ϱ eine irreduzible Darstellung von G auf einem \mathbb{K} -Vektorraum V . Zeige dass sich je zwei Skalarprodukte auf V , bezüglich derer ϱ orthogonal beziehungsweise unitär ist, nur um einen positiven reellen Faktor unterscheiden.

Aufgabe 2. Sei die Gruppe $G \subseteq \text{GL}_3(\mathbb{F}_3)$ erzeugt von

(a)

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Berechne die Charaktertafel von G entweder per Hand, oder indem Du den Algorithmus aus der Vorlesung in einem Computeralgebrasystem Deiner Wahl implementierst. Verwende dabei ausschließlich Befehle aus dem Bereich der linearen Algebra und zum Rechnen mit Polynomen und algebraischen Zahlen, oder solche, die ohne Schwierigkeiten zu implementieren wären. Gib dazu einen kommentierten Quellcode an.

Hinweis: Um das Rechnen mit der Gruppe zu erleichtern, nummeriere zum Beispiel die Elemente aus G durch und erstelle dazu eine Multiplikationstafel.

Abgabe bis Montag, den 28. Januar, um 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411.