Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Wintersemester 2013/2014

Merlin Carl
Markus Schweighofer

Übungsblatt 4 zur Linearen Algebra I

Aufgabe 1: Sei A eine Menge und $n \in \mathbb{N}$. Benutze den Isomorphiesatz für Mengen, um eine Permutation der Menge der getragenen Halsketten der Länge n über A (siehe Übungsblatt 3) zu definieren, die dem Vorgang entspricht, eine Halskette abzulegen und sie andersherum wieder anzulegen.

Aufgabe 2: Betrachte die von $E := \{(-2,-2),(1,3),(3,1)\}$ erzeugte Untergruppe

$$G := \langle E \rangle := \langle E \rangle_{\mathbb{Z}^2} \subseteq \mathbb{Z}^2$$

und male ein Schaubild, in welchem G als „Gitter" dargestellt wird. Finde $F \subseteq \mathbb{Z}^2$ mit $\#F = 2$ und $G = \langle F \rangle$.

Aufgabe 3: Sei A eine dreielementige Menge und betrachte die Gruppe $\mathscr{P}(A)$ mit der symmetrischen Mengendifferenz als Addition. Wieviele Untergruppen besitzt $\mathscr{P}(A)$?

Aufgabe 4: Zeige folgende Aussagen:

(a) Es gibt zwei vierelementige abelsche Gruppen, die nicht isomorph sind.

(b) Je zwei fünfelementige abelsche Gruppen sind isomorph.

Zusatzaufgabe für Interessierte: Welche der folgenden Aussagen gelten?

(a) $(\mathbb{R},+) \cong (\mathbb{R}_{>0},\cdot)$

(b) $(\mathbb{Q},+) \cong (\mathbb{Q}_{>0},\cdot)$

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen. Abgabe bis Dienstag, den 19. November 2013, um 9:55 Uhr in das Postfach Ihres Tutors in der 4. Etage des F-Gebäudes.