
Übungsblatt 3 zur Einführung in die Algebra

Aufgabe 1 (4+2 Punkte). Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeige in größter Ausführlichkeit und Sorgfalt

$$C_n \cong \mathbb{Z}/\langle n \rangle.$$

Aufgabe 2 (6+2 Punkte). Sei H eine Untergruppe der Gruppe G . Zeige die Äquivalenz folgender Aussagen:

- (a) $H \triangleleft G$
- (b) $H \sim = \sim_H$
- (c) $\forall a \in G : Ha = aH$
- (d) $\forall a \in G : aHa^{-1} := \{aha^{-1} \mid h \in H\} = H$
- (e) $\forall a \in G : aHa^{-1} \subseteq H$
- (f) $H \sim$ ist eine Kongruenzrelation,
- (g) \sim_H ist eine Kongruenzrelation.
- (h) H ist der Kern eines Gruppenhomomorphismus.

Aufgabe 3 (6+2 Punkte). Sei G eine Gruppe. Zeige, dass die Zuordnungen

$$\begin{aligned} \cong &\mapsto \bar{1} \\ \cong_N &\leftrightarrow N \end{aligned}$$

eine Bijektion zwischen der Menge der Kongruenzrelationen auf G und der Menge der Normalteiler auf G vermitteln.

Abgabe bis Montag, den 10. November, um 9:55 Uhr in die Zettelkästen neben F411 .