
Übungsblatt 6 zur Einführung in die Algebra

Aufgabe 1. Sei $\varphi: A \rightarrow B$ ein Homomorphismus der kommutativen Ringe A und B . Weiter sei $S \subseteq A$ multiplikativ mit $\varphi(S) \subseteq B^\times$. Zeige, dass es dann genau einen Homomorphismus $\psi: A_S \rightarrow B$ gibt mit $\varphi = \psi \circ \iota_S$. In Bildern:

$$\begin{array}{ccc} A_S & & \\ \uparrow \iota_S & \dashrightarrow \exists! \psi & \\ A & \xrightarrow{\varphi} & B \end{array}$$

Aufgabe 2. Sei I ein Ideal des kommutativen Ringes A . Zeige

- (a) I ist Primideal $\iff A/I$ ist Integritätsring.
- (b) I ist maximales Ideal $\iff A/I$ ist Körper.

Aufgabe 3. Zeige: Ist $A[X]$ ein Hauptidealring, so ist A ein Körper.

Abgabe bis Montag, den 1. Dezember, um 9:55 Uhr in die Zettelkästen neben F411.