
Übungsblatt 4 zur Polynomialen Optimierung

Aufgabe 1 (10 Punkte). Die Dualität der semidefiniten Optimierung ist in der Literatur ganz anders beschrieben als in unserer Vorlesung. Nehme hierzu eine Literaturquelle Deiner Wahl (Buch, Internet, Skript, Vorlesungsmitschrift, ...), in der das zu einem SDP duale SDP beschrieben wird.

- (a) Nenne Deine Quelle und beschreibe, wie dort ein SDP und sein Dual beschrieben wird.
- (b) Vergleiche dies mit 2.4.6 aus der Vorlesung.
- (c) Argumentiere, warum dies nur andere Darstellungen derselben Sache sind.

Aufgabe 2 (15 Punkte). Betrachte die folgenden semidefiniten Programme:

$$\begin{aligned}(P_1) \quad & \text{minimiere } x \in \mathbb{R} \quad \text{über } x \in \mathbb{R} \quad \text{mit } \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} \succeq 0 \\(P_2) \quad & \text{minimiere } x_1 \in \mathbb{R} \quad \text{über } x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad \text{mit } \begin{pmatrix} x_2 & x_1 \\ x_1 & 0 \end{pmatrix} \succeq 0 \\(P_3) \quad & \text{minimiere } x_1 \in \mathbb{R} \quad \text{über } x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad \text{mit } \begin{pmatrix} x_2 & x_1 & 0 \\ x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + x_1 \end{pmatrix} \succeq 0 \\(P_4) \quad & \text{minimiere } x_1 \in \mathbb{R} \quad \text{über } x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad \text{mit } \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ 1 & x_2 \end{pmatrix} \succeq 0 \\(P_5) \quad & \text{minimiere } x_1 \in \mathbb{R} \quad \text{über } x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad \text{mit } \begin{pmatrix} 1 - x_1 & x_2 \\ x_2 & 1 + x_1 \end{pmatrix} \succeq 0\end{aligned}$$

Erledige folgende Aufgabe für jedes $i \in \{1, \dots, 5\}$:

- (a) Bestimme das zu (P_i) duale semidefinite Programm (D_i) .
- (b) Bestimme die zulässigen Bereiche von (P_i) und von (D_i) .
- (c) Bestimme die Menge der optimalen Lösungen von (P_i) und von (D_i) .
- (d) Bestimme die Optimalwerte P_i^* und D_i^* von (P_i) und von (D_i) .
- (e) Diskutiere die Beobachtungen aus (c) und (d) im Zusammenhang mit Proposition 2.4.7 und Satz 2.4.8.
- (f) Löse das semidefinite Programm (P_i) mit YALMIP und einem SDP-Solver und berichte über das ausgegebene Ergebnis.

Abgabe bis Dienstag, den 9. Juni 2015, um 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411.