

---

Übungsblatt 8 zur Algorithmischen Algebraischen Geometrie

---

**Aufgabe 1.** Bestimme für  $F := \{X^2 + Y^2 - 1, XY + X^2\} \subseteq \mathbb{Q}[X, Y]$  und  $I := (F)$  jeweils per Hand die eindeutig bestimmte reduzierte Gröbnerbasis bezüglich der Monomordnung

(a)  $\leq_{\text{lex}}$  mit  $X > Y$ , (b)  $\leq_{\text{lex}}$  mit  $Y > X$ , (c)  $\leq_{\text{deg}}$  mit  $X > Y$ , (d)  $\leq_{\text{deg}}$  mit  $Y > X$ .

Bestimme sodann  $V(F)$ .

**Aufgabe 2.** Korrigiere und verbessere zunächst Deinen Singular-Code aus Aufgabe 3 von Blatt 3. Manche folgender Codeschnipsel könnten Dir dabei helfen:

```
ring A = 2, (x(1..k)(1..t)), dp;  
ring A = 0, (x(1..k)(1..t)), dp;  
intmat R[k][k];  
option(redSB); option(prot); G = std(I);
```

Franz und Sepp wollen dieses Jahr ein schönes Weihnachten feiern. Es bleiben allerdings nur noch fünf Tage, an denen noch die folgenden Aufgaben erledigt werden müssen:

- (1) Geschenke unter den Christbaum legen.
- (2) Christbaumständer kaufen.
- (3) Weihnachtsgans backen.
- (4) Am Geldautomaten Geld abheben, um den derzeit völlig leeren Geldbeutel wieder aufzufüllen.
- (5) Christbaumkugeln kaufen.
- (6) Christbaum aufstellen.
- (7) Weihnachtsgans schlachten.
- (8) Christbaum aus dem nahegelegenen Wald stehlen.
- (9) Weihnachtsgeschenke in der Stadt kaufen.
- (10) Kugeln an den Christbaum hängen.

Da die beiden Brüder durch den Weihnachtsstress gesundheitlich bereits am Anschlag sind, kann jeder der beiden an jedem der verbleibenden Tage höchstens eine Aufgabe erledigen.

- (a) Erstelle eine entsprechende realistische Abhängigkeitsrelation  $R$  auf  $\{1, \dots, 10\}$ .
- (b) Benutze Dein Singular-Programm, um festzustellen, ob Franz und Sepp überhaupt eine Möglichkeit haben, mit den Weihnachtsvorbereitungen fertig zu werden.
- (c) Franz und Sepp vermuten, dass der Förster erst ab dem zweiten Tag im Weihnachtsurlaub ist und am ersten Tag noch im Wald ist. Sie wollen kein Risiko eingehen, Weihnachten auf der Polizeistation zu verbringen. Ist das möglich? Wenn ja, wie? Benutze eine Modifikation Deines Singular-Programms, um diese Fragen zu beantworten!
- (d) Franz und Sepp stellen fest, dass das Gehalt erst am zweiten Tag eintrifft und derzeit das Konto noch leer ist. Stellt das ein Problem dar? Falls nein, warum nicht? Benutze wieder Singular, um diese Fragen zu beantworten!

**Abgabe bis Freitag, den 20. Dezember 2019, 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411. Die Singular-Codes müssen zusätzlich per Email bis Freitag, den 20. Dezember 2019, 23:59 Uhr an `alexander.taveira-blomenhofer@uni.kn` geschickt werden.**